

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de São Carlos

Análise numérica do comportamento de ligação vigapilar com consolo metálico embutido em estruturas de concreto pré-moldado.

Thássia Dias Zanardo Rufato

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

THÁSSIA DIAS ZANARDO RUFATO

**Análise numérica do comportamento de ligação viga-pilar com
consolo metálico embutido em estruturas de concreto pré-
moldado**

VERSÃO CORRIGIDA

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientadora: Profa. Dra. Marcela Novischi
Kataoka

SÃO CARLOS

2023

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

R922a Rufato, Thássia Dias Zanardo
Análise numérica do comportamento de ligação viga-pilar com consolo metálico embutido em estruturas de concreto pré-moldado / Thássia Dias Zanardo Rufato; orientadora Marcela Novischi Kataoka. São Carlos, 2023.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2023.

1. Estruturas de concreto pré-moldado. 2. Ligações viga-pilar. 3. Consolo metálico embutido. 4. Tarugos. 5. Modelagem numérica. 6. Comportamento estrutural. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **THÁSSIA DIAS ZANARDO RUFATO**.

Título da dissertação: "Análise numérica do comportamento de ligação viga-pilar com consolo metálico embutido em estruturas de concreto pré-moldado".

Data da defesa: 25/07/2023.

Comissão Julgadora

Resultado

Profa. Dra. **Marcela Novischi Kataoka**

APROVADA

(Orientadora)

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Profa. Dra. **Ellen Kellen Bellucio**

APROVADA

(Universidade Federal do Amazonas/UFAM)

Profa. Dra. **Luciane Marcela Filizola de Oliveira**

APROVADA

(Universidade Estadual de Londrina/UEL)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Associado **Ricrdo Carrazedo**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida, por renovar minhas esperanças em tempos difíceis e por me acolher, ainda mais com a presença de pessoas tão maravilhosas ao longo do caminho.

Agradeço aos meus pais, João e Alzira, e ao meu irmão, Otávio, por sempre acreditarem e incentivarem meus sonhos, não medindo esforços para realizá-los. Por celebrarmos os dias de glória, mas também por nos ampararmos nos (muitos) dias de luta. Por serem meu porto seguro, meu lar e meu maior tesouro. Também agradeço especialmente às minhas avós, Clarice e Lica, por todo apoio e incentivo.

Agradeço à professora Marcela pela orientação, disponibilidade e ensinamentos. Sou grata pelo incentivo ao meu primeiro contato com uma sala de aula, pela confiança, e por me apresentar à incrível sensação de auxiliar o aprendizado dos alunos.

Agradeço aos professores Vladimir e Ricardo, pelas tantas contribuições e ensinamentos ao longo deste trabalho, bem como na banca de qualificação. Do mesmo modo, agradeço às professoras da banca de defesa Ellen e Luciane.

Agradeço aos amigos que conquistei nesse período, os quais não só me ensinaram sobre assuntos acadêmicos, mas também sobre questões da vida. Lembrarei com carinho dos momentos compartilhados na sala M03, que ultrapassou os limites físicos e passou a representar os laços com Guilherme, Wesley e Débora. Com Débora também compartilhei o apartamento e sou grata por todas as nossas conversas, brincadeiras e ensinamentos.

Agradeço às amigas que tanto me inspiraram e ensinaram nesta pós-graduação, Marta, Nicolle, Chiara e Isabela. À Isabela também agradeço por todo cuidado e acolhimento, das idas ao hospital ao compartilhamento da monitoria e, agora, da mesma baía do doutorado.

Agradeço também aos ensinamentos sobre modelagens numéricas e ligações promovidos por Maycon, William, Luiz Fernando, Nicolle e André, que tanto me ajudaram, bem como à disponibilidade e ao cuidado de Chiara e Luis Gustavo. Também deixo meu agradecimento aos demais companheiros de mestrado e doutorado.

Agradeço à minha família de Bataguassu-MS e à minha família de Ilha Solteira-SP, que, mesmo à distância, continuam me apoiando e incentivando.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

*“Não venci todas as vezes que lutei, mas
perdi todas as vezes que deixei de lutar!”*

(Cecília Meireles)

RESUMO

RUFATO, T. D. Z. **Análise numérica do comportamento de ligação viga-pilar com consolo metálico embutido em estruturas de concreto pré-moldado.** 2023. 133p. Dissertação (Mestrado em Ciências - Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

A presente dissertação visa estudar o comportamento de uma ligação viga-pilar constituída principalmente por consolo metálico embutido e armaduras de continuidade. Foram desenvolvidos dois modelos numéricos baseados no método dos elementos finitos: modelo PI e LI. O primeiro representa a análise do pilar isolado com o consolo, enquanto o modelo LI incorpora o arranjo completo de estudo, requerendo a adoção da dupla simetria devido às significativas dimensões. Os modelos foram validados com os ensaios experimentais de Bacheга (2013) considerando os diagramas força-deslocamento, força-deformação e momento-rotação. Além disso, modelos analíticos foram utilizados para estimar a resistência, distribuição de tensões, momento resistente e rigidez da ligação. Os resultados indicaram que a ligação se classificou como semirrígida de resistência média, em concordância com a literatura. As simulações também resultaram em uma boa representatividade do comportamento de ensaio, mesmo diante das limitações observadas. Por outro lado, os modelos analíticos incluíram um forte conservadorismo em relação à simulação e aos ensaios. Com isso, uma análise paramétrica foi realizada, considerando: tensões de escoamento do consolo metálico, espaçamento entre estribos no pilar, taxa de aço das armaduras de continuidade, inclusão de estribos sobre o consolo, e adição de armaduras soldadas ao consolo. Os dois últimos parâmetros não se mostraram influentes no comportamento da ligação, enquanto o aumento da taxa de armadura de continuidade promoveu as alterações mais significativas no modelo numérico. Assim, conclui-se que o modelo proposto é uma ferramenta eficiente para a análise dessas ligações.

Palavras-chave: estruturas de concreto pré-moldado; ligações viga-pilar; consolo metálico embutido; tarugos; modelagem numérica; comportamento estrutural.

ABSTRACT

RUFATO, T. D. Z. **Numerical analysis of the performance of beam-column connection using hidden steel corbel in precast concrete structures.** 2023. 133p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structural Engineering)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2023.

This dissertation aims to study the performance of a beam-column connection primarily consisting of steel hidden connector and top continuous bars. Two numerical models based on the finite element method were developed: the PI and LI models. The first model represents the analysis of the isolated column with the corbel, while LI model incorporates the complete arrangement of the study, requiring the adoption of double symmetry due to significant dimensions. The models were validated using experimental tests conducted by Bacheга (2013), considering force-displacement, force-strain, and moment-rotation diagrams. Additionally, analytical models were employed to estimate the connection's strength, stress distribution, moment resistance, and stiffness. The results indicated that the connection was classified as a medium-strength semi-rigid connection, consistent with the existing literature. The simulations also exhibited a good representation of the test performance, despite the observed limitations. On the other hand, the analytical models displayed a conservative behavior compared to both simulations and tests. Thus, a parametric analysis was performed, considering the yield stresses of the steel corbel connector, spacing between stirrups in the column, steel reinforcement ratio of the top continuous bars, inclusion of stirrups over the corbel, and addition of welded bars to the corbel. The last two parameters did not show significant influence on the connection performance, while increasing the continuity reinforcement ratio brought about the most significant changes in the numerical model. In conclusion, the proposed model is an efficient tool for analyzing such beam-column connections.

Keywords: precast concrete structures; beam-column connections; hidden steel corbel; billet; numerical modeling; structural performance.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Juntas de uma ligação	13
Figura 1.2 – Estética de uma estrutura com consolo metálico embutido	14
Figura 1.3 – Esquemas dos modelos PI (a) e LI (b) (estribos não ilustrados).....	17
Figura 1.4 – Esquema da metodologia do presente estudo.....	18
Figura 2.1 – Rotações relacionadas à determinação do fator α_R	20
Figura 2.2 – Intervalos da classificação das ligações conforme α_R	21
Figura 2.3 – Cálculo da rigidez secante da ligação por meio da curva momento-rotação	21
Figura 2.4 – Tipologia 6 de ligações viga-pilar típicas	22
Figura 2.5 – Mecanismo de transferência de forças	23
Figura 2.6 – Tensões no concreto do pilar acima e abaixo do consolo embutido.....	24
Figura 2.7 – Esquema ilustrativo do estudo de Marcakis e Mitchell (1980).....	25
Figura 2.8 – Avaliação da excentricidade do carregamento.....	25
Figura 2.9 – Ligação com chapa soldada a tarugo sólido (a) e ligação com tarugo vazado e chumbador (b)	27
Figura 2.10 – Consolo duplo (a) e consolo simples (b).....	28
Figura 2.11 – Ensaio das ligações BIC (a), BHC (b) e SIB (c)	29
Figura 2.12 – Esquema de ensaio (a) e ligações PC-CRW (b), PC-CRS (c) e PC-BRS (d)	30
Figura 2.13 – Ligação com armadura de continuidade parcialmente inserida no concreto pré-moldado	31
Figura 2.14 – Arranjos sob cisalhamento puro (a), momento fletor puro (b) e carregamento desbalanceado (c)	34
Figura 2.15 – Variáveis da seção retangular vazada para determinação de Z_p	35
Figura 2.16 – Distribuição de tensões para carregamento desbalanceado com (a) e sem (b) armaduras adicionais	36
Figura 2.17 – Esquematização do fator de confinamento bi/triaxial S_q	38
Figura 2.18 – Distribuição de tensões no concreto do pilar para consolo duplo.....	39
Figura 2.19 – Forças resistentes internas da ligação	41
Figura 2.20 – Ligação analisada numericamente por Hashim e Agarwal (2018)	43
Figura 2.21 – Ligação analisada numericamente por Almohagry <i>et al.</i> (2021)	45
Figura 2.22 – Ligações analisadas numericamente por Barma (2017).....	46
Figura 2.23 – Ligações analisadas numericamente por Bahrami <i>et al.</i> (2017)	47
Figura 2.24 – Representação do modelo LI (experimental)	50

Figura 2.25 – Preenchimentos parciais com graute sob o consolo metálico (vista inferior) ...	51
Figura 2.26 – Esquema de ensaio do modelo PI (dimensões em cm).....	52
Figura 2.27 – Disposição da instrumentação do modelo LI (dimensões em cm)	53
Figura 2.28 – Esforços solicitantes no modelo LI (dimensões em cm)	54
Figura 2.29 – Diagrama força-deslocamento do modelo PI experimental	54
Figura 2.30 – Diagramas força-deslocamento (a) e força-deformação (b) do modelo LI experimental.....	55
Figura 2.31 – Ruptura da capa por cisalhamento (a) e fissuração da viga por cisalhamento e flexão (b).....	55
Figura 2.32 – Diagramas força-rotação (a) e força-reação de apoio (b) do modelo LI experimental.....	56
Figura 2.33 – Diagrama momento-rotação no modelo LI	56
Figura 3.1 – Detalhamento do pilar com o consolo embutido (dimensões em cm).....	58
Figura 3.2 – Cortes e estribos do pilar (dimensões em cm).....	59
Figura 3.3 – Detalhamento das chapas de apoio e dos chumbadores (dimensões em mm)....	59
Figura 3.4 – Vistas em planta e elevação das vigas (dimensões em cm).....	60
Figura 3.5 – Detalhamento dos estribos da viga (dimensões em cm).....	61
Figura 3.6 – Cortes e vistas da viga (dimensões em cm).....	61
Figura 3.7 – Detalhamento do aparelho de apoio (dimensões em cm).....	62
Figura 3.8 – Geometria do modelo numérico PI.....	64
Figura 3.9 – Desconsiderações do modelo numérico LI.....	64
Figura 3.10 – Detalhe da fixação não efetiva da cantoneira ao pilar	65
Figura 3.11 – Geometria do modelo numérico LI	66
Figura 3.12 – Modelo constitutivo dos aços	67
Figura 3.13 – Diagramas tensão-deformação do concreto à compressão	71
Figura 3.14 – Diagrama tensão-abertura de fissuras do concreto à tração	73
Figura 3.15 – Parâmetros do modelo CDP	74
Figura 3.16 – Condições de contorno do modelo numérico LI	76
Figura 3.17 – Interações e restrições do modelo numérico LI.....	77
Figura 3.18 – Tipologias de EF do modelo numérico LI.....	81
Figura 3.19 –Malha de EF do conjunto do pilar para os modelos PI (a) e LI (b) (dimensões em mm)	83
Figura 3.20 –Malha de EF do conjunto da viga no plano YZ (dimensões em mm).....	84

Figura 3.21 – Malha de EF do conjunto da viga no plano XY (dimensões em mm)	85
Figura 3.22 – Disposição das armaduras no modelo numérico LI	87
Figura 4.1 – Diagrama força-deslocamento do modelo PI.....	88
Figura 4.2 – Simplificações do modelo de Elliott (2017) para o arranjo simétrico	91
Figura 4.3 – Diagrama força-deslocamento do modelo PI extrapolado	92
Figura 4.4 – Comparação das distribuições de tensão dos modelos.....	93
Figura 4.5 – Diagrama força-deslocamento do modelo LI para o LVDT 5	94
Figura 4.6 – Medições das deformações no ensaio (a) e no modelo numérico (b)	95
Figura 4.7 – Diagrama força-deformação da armadura de continuidade do modelo LI	96
Figura 4.8 – Determinação das rotações no modelo numérico LI (dimensões em mm)	98
Figura 4.9 – Diagrama momento-rotação do modelo LI.....	98
Figura 4.10 – Diagrama momento-rotação para distintos escoamentos da armadura de continuidade	100
Figura 4.11 – Esmagamento no pilar (a) e na viga (b) no modelo numérico LI (MPa)	101
Figura 4.12 – Aberturas da ligação no ensaio (a) e no modelo numérico LI (b).....	102
Figura 4.13 – Padrão de fissuração dos estudos	103
Figura 4.14 – Tensões de Von Mises nas armaduras do modelo numérico LI (MPa)	104
Figura 4.15 – Diagramas momento-rotação para distintos escoamentos do consolo.....	111
Figura 4.16 – Malha de EF para as distintas taxas de armaduras de continuidade	113
Figura 4.17 – Diagramas momento-rotação para distintas taxas de armaduras de continuidade (diâmetros).....	113
Figura 4.18 – Detalhamento da adição de estribos acima do consolo (dimensões em mm) ..	115
Figura 4.19 – Diagramas momento-rotação para a adição de estribos acima do consolo.....	115
Figura 4.20 – Detalhamento dos espaçamentos dos estribos do pilar (dimensões em mm)...	117
Figura 4.21 – Tensões de Von Mises dos estribos do pilar abaixo do consolo (MPa).....	118
Figura 4.22 – Detalhamento da armadura vertical soldada ao consolo metálico	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficientes de força de ruptura (ζ)	40
Tabela 2.2 – Propriedades dos concretos aplicados ao estudo experimental.....	52
Tabela 3.1 – Parâmetros de entrada dos aços nos modelos numéricos.....	68
Tabela 3.2 – Coeficientes do modelo constitutivo hiperelástico de Yeoh	70
Tabela 3.3 – Pontos do diagrama tensão-deformação inelástica do concreto à compressão ...	72
Tabela 3.4 – Pontos do diagrama tensão-abertura de fissuras do concreto à tração	74
Tabela 3.5 – Discretização da malha de EF para o conjunto do pilar.....	84
Tabela 3.6 – Discretização da malha de EF para o conjunto da viga	86
Tabela 3.7 – Quantidade de elementos finitos de cada tipologia para o modelo LI.....	87
Tabela 4.1 – Comparação dos deslocamentos máximos no modelo PI	89
Tabela 4.2 – Dados de entrada dos modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017)	90
Tabela 4.3 – Comparação do modelo numérico PI aos modelos analíticos.....	92
Tabela 4.4 – Tensões médias de escoamento das armaduras de 16 mm de diâmetro.....	100
Tabela 4.5 – Variáveis de dano à tração	102
Tabela 4.6 – Parâmetros de entrada do modelo analítico de FIB (2008b).....	105
Tabela 4.7 – Comparação dos momentos fletores no escoamento da armadura de continuidade no modelo LI.....	105
Tabela 4.8 – Cálculo do momento de inércia da seção composta viga-capa	107
Tabela 4.9 – Parâmetros de entrada para a determinação analítica de R_{sec}	107
Tabela 4.10 – Classificação das ligações do modelo LI	108
Tabela 4.11 – Classificação das ligações na literatura.....	109
Tabela 4.12 – Respostas dos modelos para a variação da tensão de escoamento do consolo metálico.....	111
Tabela 4.13 – Respostas dos modelos para a variação das taxas de armaduras de continuidade (diâmetros)	114
Tabela 4.14 – Respostas dos modelos para a adição de estribos acima do consolo	116

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	OBJETIVOS	15
1.2	JUSTIFICATIVAS	15
1.3	METODOLOGIA.....	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS ACERCA DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR	19
2.2	LIGAÇÕES COM CONSOLOS METÁLICOS EMBUTIDOS	23
2.2.1	Estudos experimentais de ligações com consolos metálicos embutidos	24
2.2.1.1	<i>Marcakis e Mitchell (1980)</i>	25
2.2.1.2	<i>Görgün (1997)</i>	26
2.2.1.3	<i>Elliott e Hamid (2017).....</i>	28
2.2.1.4	<i>Nimse, Joshi e Patel (2014).....</i>	29
2.2.1.5	<i>Bidin (2017).....</i>	30
2.2.1.6	<i>Síntese dos parâmetros potencialmente influentes</i>	32
2.2.2	Estudos analíticos de ligações com consolos metálicos embutidos	33
2.2.2.1	<i>Dimensionamento por Marcakis e Mitchell (1980) e PCI (2010).....</i>	33
2.2.2.2	<i>Dimensionamento por Elliott (2017).....</i>	36
2.2.2.3	<i>Resistência interna por FIB (2008b).....</i>	40
2.2.2.4	<i>Síntese dos modelos analíticos</i>	42
2.2.3	Estudos numéricos de ligações com consolos metálicos embutidos.....	43
2.2.3.1	<i>Hashim e Agarwal (2018).....</i>	43
2.2.3.2	<i>Almohagry et al. (2021).....</i>	44
2.2.3.3	<i>Barma (2017).....</i>	45
2.2.3.4	<i>Bahrami et al. (2017).....</i>	46
2.2.3.5	<i>Síntese dos estudos numéricos.....</i>	49
2.3	LIGAÇÃO COM CONSOLO METÁLICO EMBUTIDO ESTUDADA	49
2.3.1	Arranjos dos ensaios experimentais.....	50
2.3.2	Materiais dos elementos dos ensaios experimentais	51
2.3.3	Instrumentação dos ensaios experimentais	52
2.3.4	Resultados experimentais.....	54
3	MODELAGEM NUMÉRICA	58
3.1	DETALHAMENTO DOS ELEMENTOS DO ENSAIO DE BACHEGA (2013)	58

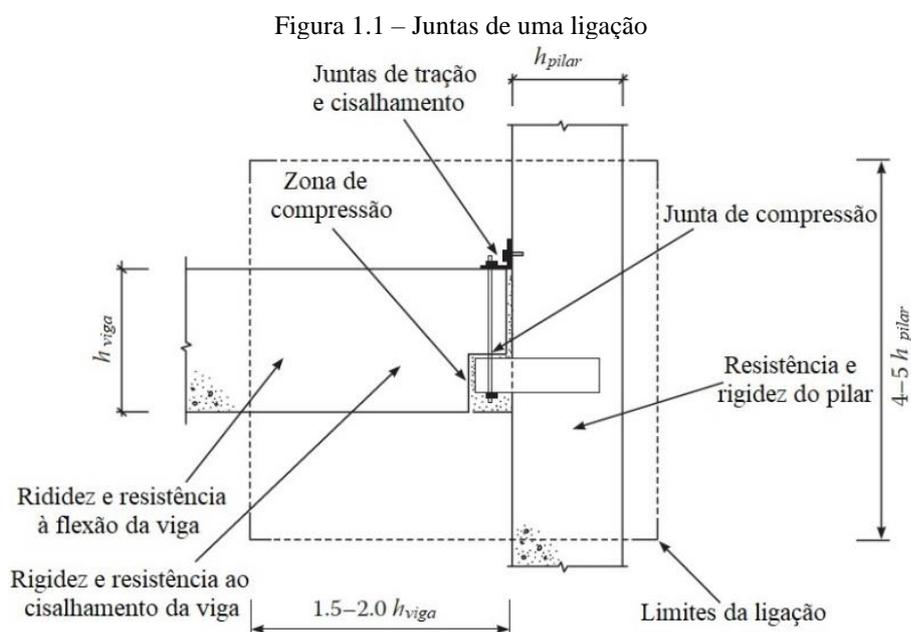
3.2	MODELO NUMÉRICO.....	62
3.2.1	Geometria dos modelos numéricos	63
3.2.2	Modelos constitutivos.....	66
3.2.2.1	<i>Peças metálicas.....</i>	67
3.2.2.2	<i>Almofadas de elastômero (Neoprene).....</i>	68
3.2.2.3	<i>Concreto e graute.....</i>	70
3.2.3	Condições de contorno e carregamento	75
3.2.4	Interações entre as peças	77
3.2.5	Elementos finitos	79
3.2.6	Malha de elementos finitos	81
3.2.7	Processamento	87
4	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	88
4.1	MODELO NUMÉRICO PI	88
4.1.1	Validação do modelo PI ao estudo experimental de Bachega (2013)	88
4.1.2	Validação do modelo PI aos modelos analíticos	90
4.2	MODELO NUMÉRICO LI	94
4.2.1	Validação do modelo LI ao estudo experimental de Bachega (2013)	94
4.2.2	Validação do modelo LI ao modelo analítico de FIB (2008b)	104
4.2.3	Validação do modelo LI à classificação das ligações.....	106
4.3	ANÁLISE PARAMÉTRICA	109
4.3.1	Tensão de escoamento do consolo metálico.....	109
4.3.2	Taxa de armadura de continuidade.....	112
4.3.3	Adição de estribos sobre o consolo metálico na viga.....	114
4.3.4	Espaçamento de estribos sob o consolo no pilar.....	116
4.3.5	Adição de armaduras verticais soldadas ao consolo	118
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	122
5.1	CONCLUSÕES.....	123
5.1.1	Conclusões quanto ao modelo PI	123
5.1.2	Conclusões quanto ao modelo LI	124
5.1.3	Conclusões quanto à análise paramétrica.....	125
5.2	SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS	126
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	127

APÊNDICE A – Pontos do diagrama M-Θ do modelo numérico LI para a tensão de escoamento da armadura de continuidade igual a 500 MPa (INICIAL)	131
APÊNDICE B – Pontos do diagrama M-Θ do modelo numérico LI para a tensão de escoamento da armadura de continuidade igual a 570 MPa (ADOTADO) ...	133
APÊNDICE C – Pontos do diagrama M-Θ do modelo numérico LI para a tensão de escoamento da armadura de continuidade igual a 590 MPa	135

1 INTRODUÇÃO

A aplicação de elementos pré-moldados de concreto contribui para a racionalização da construção civil, pois sua confecção em uma disposição distinta da definitiva otimiza a execução e reduz a demanda por cimbramento. Ao considerar os elementos pré-fabricados, caracterizados pela produção em larga escala com um rígido controle de qualidade, também é possível reduzir tanto o tempo de construção quanto a geração de resíduos. No entanto, o comportamento de estruturas com elementos pré-moldados é fortemente influenciado por suas ligações, uma vez que são regiões de descontinuidade em que os esforços são transferidos.

A transferência dos esforços entre os elementos pré-moldados de concreto pode ser subdividida em componentes de tração, compressão e cisalhamento. Entretanto, tal transferência está diretamente relacionada às juntas, a exemplo da transmissão de esforços de compressão em uma interface, a qual integra uma junta de compressão, conforme a Federação Internacional de Concreto Estrutural – FIB (2008b). Por outro lado, o conceito das ligações é mais abrangente, pois além das juntas, também aborda trechos dos próprios elementos, como ilustra a Figura 1.1.



Fonte: Adaptado de FIB (2008b).

Nesse sentido, as ligações entre vigas e pilares pré-moldados são conhecidas por suas dificuldades de dimensionamento e execução, o que pronuncia ainda mais sua relevância e pode comprometer os benefícios supracitados. Como resultado, há várias linhas de pesquisa dedicadas ao estudo de diferentes configurações de ligações, cada uma com suas particularidades. Um exemplo são as ligações com consolo metálico embutido, que também contribuem para a estética das estruturas, conforme ilustrado nas Figuras 1.1 e 1.2, e podem apresentar diferentes

geometrias e junções. Todavia, a literatura voltada à análise de seu comportamento é reduzida, principalmente no Brasil, em que sua aplicação ainda não é usual.

Figura 1.2 – Estética de uma estrutura com consolo metálico embutido



Fonte: Bachega (2013).

As ligações viga-pilar com consolo metálico embutido promovem a transferência de forças cortantes entre os elementos. Além disso, quando combinadas com as lajes, também é possível ocorrer a transferência de momentos fletores (FIB, 2008b). Portanto, pode haver variação tanto da classificação destas ligações em relação à transferência de esforços, como os detalhes necessários para resisti-los. Também destaca-se que esta transferência se relaciona diretamente à rigidez da ligação, a qual é considerada por Görgün (2018) como uma das propriedades mais relevantes das ligações, juntamente com a resistência e a ductilidade.

Além do desenvolvimento de novas configurações de ligações, pode-se buscar a otimização das ligações já existentes, tendo em vista que alguns fatores que potencialmente influem em seu comportamento são conhecidos, como as dimensões dos elementos e o arranjo das armaduras. Entretanto, a realização de análises experimentais se torna exaustiva e custosa, uma vez que seriam necessários vários ensaios para estudar cada fator específico. Por outro lado, o uso de modelos analíticos induz resultados conservadores, desconsiderando, inclusive, a influência de alguns fatores devido às suas simplificações.

Como alternativa viável, têm-se as modelagens numéricas, que contemplam equações diferenciais que abrangem parâmetros característicos do problema físico, como geometria, materiais e condições de contorno. Assim, o modelo numérico pode ser solucionado por meio do método dos elementos finitos (MEF), o qual realiza a discretização do meio contínuo e admite simplificações e aproximações para a resolução do modelo numérico. No entanto, é importante considerar o nível de simplificação adotado, pois quanto menor for ele (maior detalhamento), maiores serão os custos computacionais e os tempos de processamento. Portanto, é necessário

encontrar um equilíbrio entre a representatividade desejada e a máxima acurácia possível, levando-se em conta o mínimo esforço computacional necessário.

Sendo assim, a confecção de modelos numéricos pode potencializar as análises de ligações viga-pilar com consolo metálico embutido, bem como outras tipologias, contribuindo não só para a verificação da influência dos fatores conhecidos, mas também para sua expansão a questões singulares. Como consequência, pode-se, futuramente, reduzir as incertezas neste âmbito e, assim, o nível de conservadorismo dos modelos analíticos atuais, incentivando a adoção destas ligações em estruturas de concreto pré-moldado no Brasil.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste estudo é analisar o comportamento estrutural de uma ligação viga-pilar constituída, sobretudo, por consolo metálico embutido e armaduras de continuidade.

Já os objetivos específicos são:

- a) Estudar os mecanismos de transferência de forças representativos das ligações viga-pilar com consolo metálico embutido;
- b) Confeccionar um modelo numérico da ligação proposta por Bachega (2013) e identificar as simplificações e as aproximações que resultem em uma boa representatividade do modelo físico, com o menor custo computacional;
- c) Analisar os mecanismos de ruptura, deslocamento e deformação da ligação, além da relação momento-rotação;
- d) Calibrar o comportamento da ligação da modelagem numérica com relação aos resultados experimentais de Bachega (2013) e aos modelos analíticos;
- e) Analisar a classificação das ligações obtidas com o modelo numérico, o ensaio experimental e os estudos similares da literatura;
- f) Realizar análises paramétricas para verificar a influência dos seguintes fatores no comportamento da ligação: tensão de escoamento do consolo metálico; espaçamento entre estribos no pilar; taxa de aço da armadura de continuidade; inserção de estribos sobre o consolo, além de armaduras soldadas ao mesmo.

1.2 JUSTIFICATIVAS

Devido aos benefícios relacionados aos elementos pré-moldados de concreto, sobretudo aos pré-fabricados, este sistema construtivo vem sendo amplamente aplicado. Entretanto, ainda

não se tem um conhecimento minucioso acerca do comportamento de grande parte de suas ligações, adotando-se, portanto, dimensionamentos simplificados e conservadores. Nesse sentido, a realização de estudos mais detalhados sobre o comportamento das ligações potencializaria a redução de suas incertezas, otimizando não só seu dimensionamento, como também sua execução, dada a contribuição para reduzir o conservadorismo dos atuais modelos, que reflete nas resistências e dimensões mínimas.

A ligação viga-pilar a ser estudada – consolo metálico embutido – tem seu uso já relatado na América do Norte, Ásia e Europa, sendo potencialmente aplicável no mercado brasileiro. Dentre seus benefícios, destacam-se aqueles advindos do embutimento, o qual viabiliza a ligação de elementos com distintas seções, além de evitar possíveis conflitos com outros projetos. Entretanto, ressalta-se que tal ligação requer uma execução cautelosa, com o preenchimento de suas lacunas com graute, o qual, apesar de contribuir com o atendimento das tolerâncias, pode modificar o comportamento estrutural se inserido de modo não uniforme.

Por fim, diante dos elevados custos em abordar os vários fatores potencialmente influentes no comportamento de tais ligações somente de modo experimental, tem-se a possibilidade de apenas se iniciar o estudo com a fundamentação em alguns de seus resultados, os quais são extrapolados posteriormente, para a abordagem de outros fatores. Para tanto, são elaboradas análises paramétricas por meio de modelagens numéricas, as quais são aprimoradas, sobretudo, pelo avanço de programas computacionais baseados em métodos de solução (a exemplo do MEF), como realizado no presente estudo.

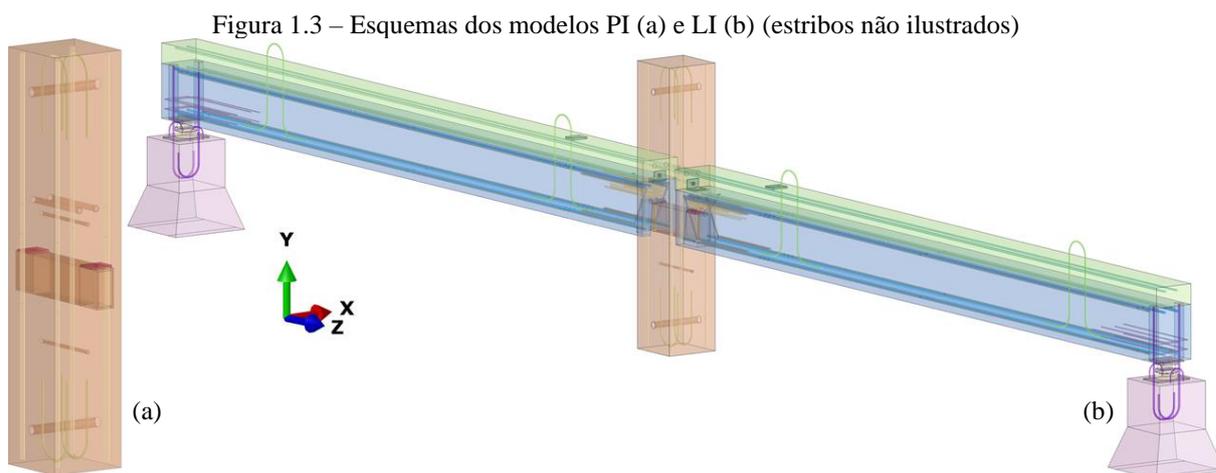
1.3 METODOLOGIA

Esta pesquisa tem como foco o estudo de ligações entre vigas e pilares pré-moldados de concreto que apresentam consolo metálico embutido como elemento principal. Para isso, é imprescindível que se realize uma revisão bibliográfica inicial, sintetizando o conhecimento atual sobre o tema, juntamente com suas lacunas e peculiaridades, de modo a se obter subsídios suficientes para o desenvolvimento do trabalho. Ademais, a revisão bibliográfica se estende ao longo de toda a pesquisa, abrangendo trabalhos relacionados à modelagem numérica de ligações similares, além dos conceitos inerentes à confecção de uma simulação, do método dos elementos finitos e do próprio programa computacional manuseado (Abaqus 2021[®]).

Com o intuito de simplificar a identificação de possíveis erros na simulação numérica, adota-se uma abordagem sequencial, realizando análises iniciais mais simples e, em seguida,

acrescentando complexidades progressivamente. Assim, a modelagem numérica abrange não apenas o arranjo completo da ligação estudada experimentalmente por Bachega (2013) – modelo LI –, mas a sua configuração parcial – modelo PI –, também ensaiada pelo autor. Contudo, devido às dimensões dos elementos e aos detalhes presentes em ambos os arranjos, seus modelos numéricos foram confeccionados no espaço tridimensional com a simplificação de dupla simetria, embora essa característica não seja perfeitamente observada na prática.

O modelo PI compreende exclusivamente o consolo metálico embutido no pilar pré-moldado de concreto isolado, conforme esquematizado na Figura 1.3a. Neste arranjo, um carregamento monotônico foi aplicado através de uma chapa metálica soldada ao consolo por Bachega (2013), sendo as mensurações experimentais restritas aos deslocamentos verticais das bordas livres do consolo. Como consequência, a validação experimental do modelo PI limita-se aos diagramas força-deslocamento. Todavia, a resistência da ligação e a distribuição de suas tensões podem ser validadas por meio dos modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017).



Fonte: Elaborado pela autora.

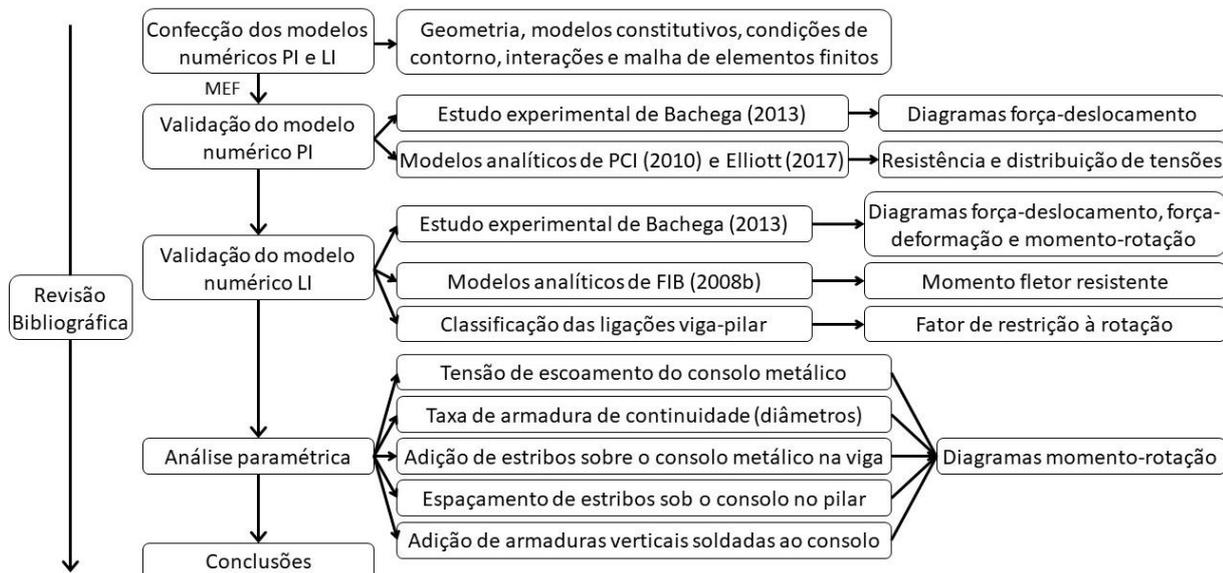
Por outro lado, a Figura 1.3b ilustra o modelo LI, que incorpora as vigas pré-moldadas de concreto e os demais detalhes da ligação, como armaduras de continuidade, chumbadores, aparelhos de apoio, graute de preenchimento e capa de concreto. Com base no estudo de Bachega (2013), a validação experimental do modelo LI considera as deformações das armaduras de continuidade, os diagramas força-deslocamento e a relação momento-rotação da ligação, também para um carregamento monotônico. Destaca-se que o momento resistente também pode ser contemplado por meio do modelo analítico de FIB (2008b), juntamente com a classificação quanto à rigidez à flexão das ligações.

Com a validação dos modelos PI e LI, pode-se extrapolar os resultados por meio de uma análise paramétrica, considerando: a determinação experimental das tensões de escoamento do

consolo metálico, o espaçamento entre estribos no pilar, a taxa de aço das armaduras de continuidade, a inclusão de estribos sobre o consolo, e adição de armaduras soldadas ao consolo. A definição destes parâmetros se pauta na fundamentação teórica e em constatações da validação dos modelos numéricos. Ademais, a análise paramétrica do comportamento da ligação concentra-se principalmente nos diagramas momento-rotação, expandindo-a conforme necessário.

Dessa forma, as conclusões sobre a representatividade dos modelos numéricos com relação aos ensaios experimentais, aos modelos analíticos e à literatura podem ser levantadas, juntamente com a análise da significância da variação dos parâmetros supracitados. Um resumo da metodologia é esquematizado na Figura 1.4.

Figura 1.4 – Esquema da metodologia do presente estudo



Fonte: Elaborado pela autora.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O dimensionamento de elementos pré-moldados de concreto se relaciona fortemente às suas ligações, as quais, segundo Elliott (2017), impõem o sistema estrutural a ser aplicado (a exemplo de estruturas reticuladas e de painéis estruturais), e limitações à sua execução. As ligações devem promover estabilidade ao conjunto, além de restringir seu movimento e transferir seus esforços (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, 2017). Para tanto, precisam apresentar durabilidade, resistência e ductilidade adequadas, de modo que o desempenho das ligações supere o desempenho dos elementos isolados (PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE – PCI, 2010).

Tendo em vista que o sistema estrutural mais difundido no Brasil são as estruturas reticuladas, as ligações viga-pilar se destacam pelas maiores dificuldades de dimensionamento e execução. Por isso, grande parte dos sistemas de classificações se concentra nas ligações viga-pilar (ELLIOTT, 2017). Logo, neste estudo é abordado especificamente sobre estas ligações e suas confecções com consolos metálicos. Para tanto, ponderam-se abordagens experimentais, analíticas e numéricas de configurações similares ao foco deste estudo, cuja contextualização finaliza o tópico.

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS ACERCA DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR

As propriedades mais relevantes das ligações, de acordo com Görgün (2018), são: resistência, ductilidade e rigidez. O autor destaca que as resistências últimas das ligações se relacionam ao escoamento das armaduras e ao cisalhamento e esmagamento das seções de concreto. Já a ductilidade seria função, sobretudo, do comportamento das armaduras, embora também haja contribuição da geometria da ligação.

Por outro lado, a rigidez se relaciona diretamente à transferência de esforços entre os elementos pelas ligações, de modo que ligações mais rígidas transferem mais esforços (FERREIRA, 1999). Segundo o mesmo autor, a rigidez inicial é influenciada pela geometria e por nichos nestas regiões, enquanto a rigidez posterior, pelo o seu preenchimento com graute. Tendo em vista os momentos fletores, associa-se a sua transferência aos diagramas momento-rotação, classificando as ligações em rígidas, semirrígidas e articuladas (ABNT, 2017).

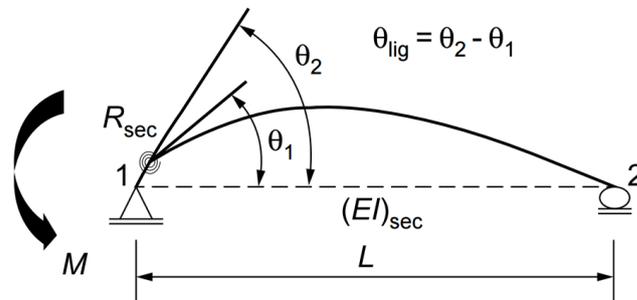
As ligações articuladas ostentam dimensionamentos e execuções mais simples, transferindo somente forças de cisalhamento (ELLIOTT; JOLLY, 2013), sendo comumente inseridos chumbadores, chapas e perfis metálicos, conforme El Debs (2017). Tais ligações não apresen-

tam rigidez ao momento fletor, oportunizando rotações entre os elementos conectados às ligações (ELLIOTT, 2017). Em contraponto, nas ligações rígidas a transferência de momento fletor ocorre por binários de forças, associando-se ao uso de conectores soldados, emendas de armaduras e cabos de protensão (EL DEBS, 2017).

Todavia, Görgün (2018) relata que ligações totalmente articuladas ou totalmente rígidas não ocorrem em prática, sobretudo após a fissuração. Nesse sentido, a maioria das ligações se comporta como semirrígida, transferindo parcialmente os momentos fletores, conforme a relação entre a rigidez à flexão da ligação (razão momento-rotação) e a resistência e rigidez dos elementos a ela conectados (ELLIOTT; JOLLY, 2013). Como consequência, a magnitude dos momentos fletores máximos em vigas com ligações semirrígidas é inferior às ligações rígidas e articuladas, promovendo uma economia de materiais, conforme Görgün (2018).

Dentre os diversos sistemas de classificação das ligações quanto à rigidez à flexão, tem-se aquele apresentado na NBR 9062 (ABNT, 2017). O mesmo se baseia no fator de restrição à rotação (α_R), cuja determinação ocorre pela razão entre a rotação da viga na extremidade de interesse (θ_1), de modo isolado, e a soma da rotação da ligação (θ_{lig}) a θ_1 (resultando no denominador θ_2), conforme ilustrado na Figura 2.1 e na Equação (1).

Figura 2.1 – Rotações relacionadas à determinação do fator α_R

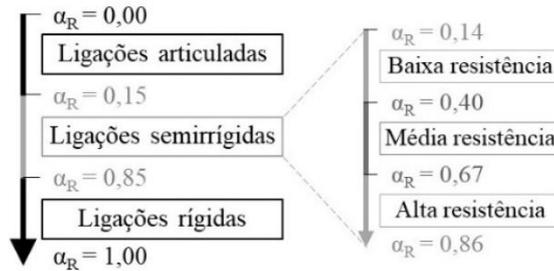


Fonte: ABNT (2017).

$$\alpha_R = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (1)$$

Neste sentido, caso a rotação da ligação seja nula ($\theta_{lig} = 0$), obtém-se um fator unitário ($\theta_1 = \theta_2$), que representa ligações perfeitamente rígidas, enquanto um fator nulo ilustra ligações perfeitamente articuladas ($\theta_{lig} \gg \theta_1$). Assim, a NBR 9062 (ABNT, 2017) atribui os intervalos esquematizados na Figura 2.2 para α_R , ressaltando sua proporcionalidade direta à transferência de momentos fletores entre os elementos e inversa às suas rotações relativas.

Figura 2.2 – Intervalos da classificação das ligações conforme α_R



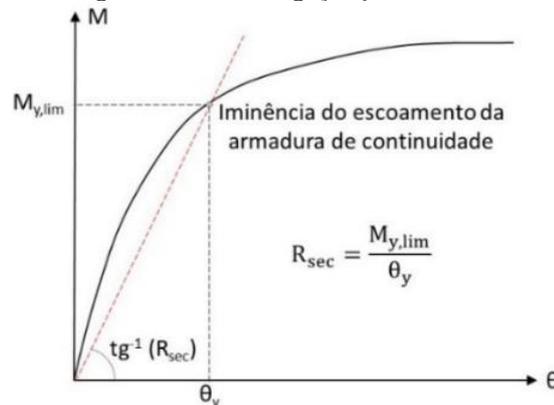
Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 2.2 ainda contempla a subdivisão das ligações semirrígidas conforme as suas resistências (baixa, média ou alta), segundo Ferreira, El Debs e Elliott (2002). Estas, juntamente com as ligações rígidas, requerem a garantia do regime elástico das armaduras de continuidade (se presentes) no estado limite último, enquanto as ligações articuladas demandam a verificação da acomodação das rotações. Ademais, α_R também pode ser avaliado a partir da relação entre a rigidez secante da viga $(EI)_{sec}$ e a rigidez secante à flexão da ligação (R_{sec}) ponderada pelo vão efetivo da viga (L_{ef}), conforme a Equação (2) (ABNT, 2017).

$$\alpha_R = \left[1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{R_{sec} \cdot L_{ef}} \right]^{-1} \quad (2)$$

A NBR 9062 (ABNT, 2017) define que L_{ef} seja aferido a partir dos centros de rotação nos apoios das vigas. Já $(EI)_{sec}$ deve ser calculada segundo o Anexo A da mesma norma, em que a não-linearidade física na análise global de segunda ordem é simplificada. Para vigas pré-moldadas de concreto armado, por exemplo, utiliza-se a Equação (3), em que I_c é o momento de inércia da seção bruta, e E_{ci} , o módulo de elasticidade tangente inicial. Por sua vez, R_{sec} é estimada pela razão momento-rotação da ligação no início do escoamento da armadura de continuidade, como ilustrado na curva momento-rotação apresentada na Figura 2.3, cuja confecção deve ser amparada por referenciais teóricos ou comprovações experimentais.

Figura 2.3 – Cálculo da rigidez secante da ligação por meio da curva momento-rotação



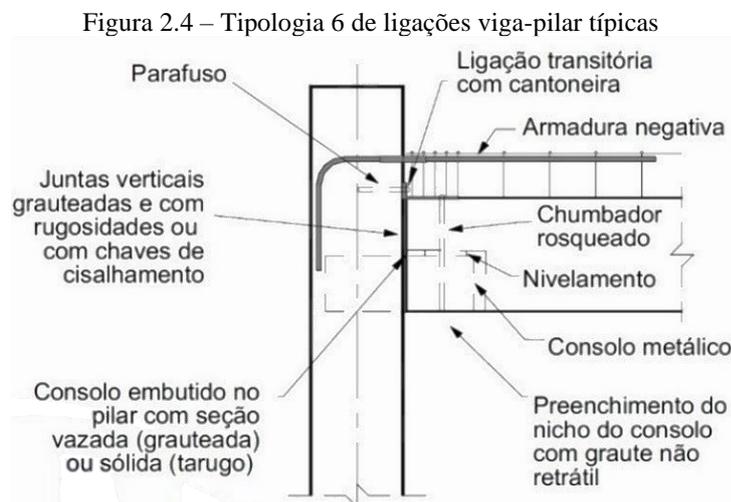
Fonte: Elaborado pela autora.

$$(EI)_{sec} = 0,5 \cdot E_{ci} \cdot I_c \quad (3)$$

Na Figura 2.3, $M_{y,lim}$ é o momento fletor na iminência do escoamento da armadura de continuidade, e θ_y , a respectiva rotação viga-pilar (ABNT, 2017). Porém, a NBR 9062 (ABNT, 2017) simplifica a obtenção de R_{sec} com a Equação (4), para momentos negativos decorrentes da continuidade de armaduras por bainhas corrugadas ou luvas. Onde L_{ed} é o comprimento efetivo de deformação por alongamento da armadura contínua, A_s , sua área, E_s , seu módulo de elasticidade, d , a altura útil da seção resistente da ligação, e k , um coeficiente de ajustamento.

$$R_{sec} = k \cdot \frac{A_s \cdot E_s \cdot d^2}{L_{ed}} \quad (4)$$

A simplificação da Equação (4) somente é possível para as ligações enumeradas na Tabela 1 da NBR 9062 (ABNT, 2017), em que também constam os valores de k e L_{ed} . Para tanto, deve-se garantir o confinamento das armaduras de continuidade por estribos na região do consolo. Para as ligações abordadas no presente estudo (consolo metálico embutido e armaduras negativas de diâmetro ϕ passantes em bainhas grauteadas), tem-se $k = 0,75$ e $L_{ed} = 25\phi$, atendendo à disposição da Figura 2.4.



Fonte: ABNT (2017).

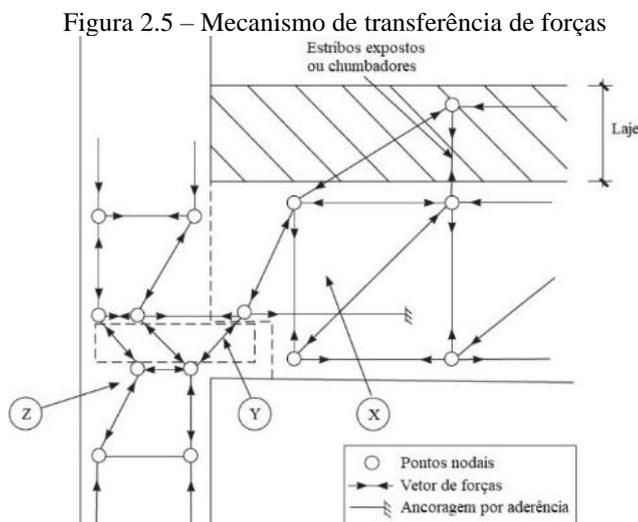
O preenchimento das juntas verticais da Figura 2.4 visa garantir a continuidade da transferência dos esforços, além de contribuir com a durabilidade da estrutura e sua resistência ao fogo, devendo ser realizado com graute de resistência mínima de 30 MPa. Nesta tipologia de ligação ocorre, sobretudo, a transferência excêntrica de esforços cortantes, o que a caracterizaria como articulada (ELLIOTT, 2017). No entanto, a inserção de lajes pode promover uma rigidez suficiente para classificá-la como rígida, sendo necessário avaliar cada situação (FIB, 2008b). As ligações com consolo metálico embutido são discutidas com mais detalhes a seguir.

2.2 LIGAÇÕES COM CONSOLOS METÁLICOS EMBUTIDOS

As ligações com consolos metálicos embutidos não só favorecem a estética das estruturas, como também facilitam a inserção de mais vigas em um mesmo pilar, em comparação com as ligações com consolos de concreto (ELLIOTT, 2017). Além disso, Marcakis e Mitchell (1980) destacam a relativa facilidade de detalhamento destas ligações, a independência de seu ganho de resistência às soldas e a obtenção de elevadas ductilidades, ou seja, o alcance de deformações plásticas sem a redução significativa de sua resistência. Já Görgün (2018) aponta que esta é a tipologia mais comum no Reino Unido, sobretudo devido à proteção das peças metálicas e à reduzida altura dos componentes da ligação.

Os consolos metálicos (insertos metálicos) podem apresentar vários arranjos, desde que atendam a alguns requisitos. As seções sólidas ou tubulares, por exemplo, são delimitadas a uma largura mínima de 50 mm, enquanto se devem assegurar espessuras mínimas de 4 mm e 6 mm para as seções tubulares e laminadas, nesta ordem (ELLIOTT, 2017). Por outro lado, o autor destaca que consolos com larguras próximas às larguras das vigas podem provocar fissuras de cisalhamento no concreto, reduzindo a resistência da ligação.

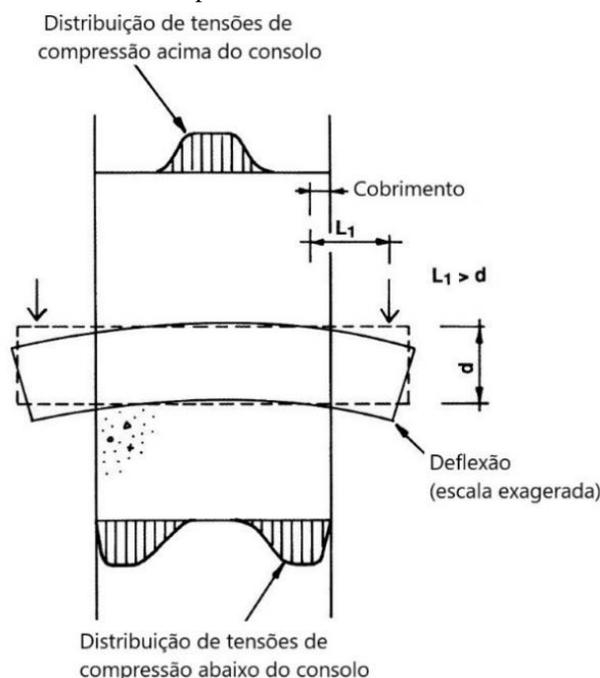
Mesmo com a variedade de arranjos das ligações com consolos metálicos embutidos, há um mecanismo de transferência de forças geral, segundo a Figura 2.5. Nesta, o esforço cortante da viga (X) e os esforços de suas armaduras são transferidos ao consolo, que deve resistir ao cisalhamento (Y). Já no pilar, existe a compressão do concreto (Z), além de eventuais forças horizontais decorrentes de sua não-linearidade geométrica, que são resistidas pelos estribos (ELLIOTT, 2017). Por isso, demanda-se uma maior concentração de estribos nesta região, sendo comumente adotado um espaçamento de 5 cm (ELLIOTT; JOLLY, 2013).



Fonte: Adaptado de Elliott (2017).

Em ligações simétricas em que a altura do consolo (d) é inferior à distância entre a reação da viga e o cobrimento do pilar (L_1), as tensões acima do consolo embutido são ínfimas e centradas, enquanto são mais expressivas abaixo do mesmo, sobretudo nas bordas do pilar, como mostra a Figura 2.6. Por isso, a inserção de estribos sobre o consolo poderia ser reduzida ou até eliminada. Porém, visando evitar equívocos em obra, é recomendado que haja uma mesma distribuição de estribos acima e abaixo do consolo (ELLIOTT; JOLLY, 2013).

Figura 2.6 – Tensões no concreto do pilar acima e abaixo do consolo embutido



Fonte: Adaptado de Elliott e Jolly (2013).

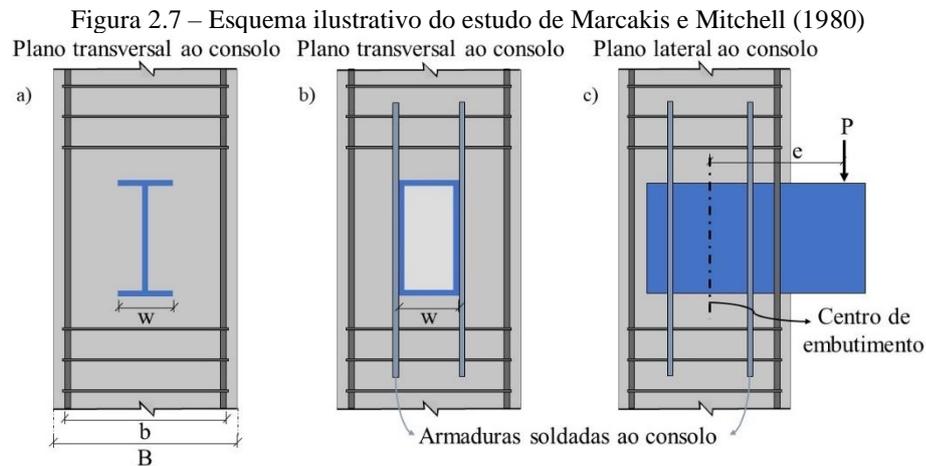
Sabendo do mecanismo geral de transferência de forças das ligações com consolo metálico embutido e de sua variedade de configurações, pode-se abordar o seu comportamento de modo mais aprofundado. Para isso, estudos experimentais, analíticos e numéricos são ponderados nos próximos tópicos.

2.2.1 Estudos experimentais de ligações com consolos metálicos embutidos

A abordagem de estudos experimentais acerca do comportamento das ligações com consolos metálicos embutidos, além de ampliar o conhecimento de suas particularidades, propicia a enumeração de seus potenciais parâmetros de influência. Portanto, este tópico fundamenta diretamente a análise paramétrica realizada no item 4.3. São abordados os estudos experimentais de Marcakis e Mitchell (1980), Görgün (1997), Elliott e Hamid (2017), Nimse, Joshi e Patel (2014) e Bidin (2017).

2.2.1.1 Marcakis e Mitchell (1980)

Um dos primeiros e mais abrangentes estudos voltados às ligações com consolo metálico embutido foi elaborado pelos autores Marcakis e Mitchell (1980), que visaram aprimorar os modelos analíticos da época. O comportamento das ligações foi avaliado conforme as seguintes variáveis, por meio de 25 ensaios experimentais: excentricidade do carregamento, carga axial no pilar, armadura adicional soldada ao consolo embutido, largura efetiva da ligação e forma do consolo. Um esquema resumido segue na Figura 2.7.

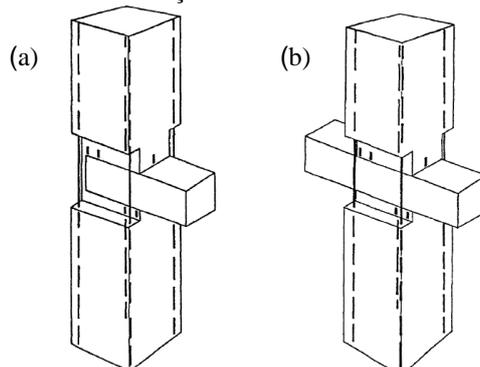


Fonte: Elaborado pela autora.

A excentricidade do carregamento (e) equivale à distância entre o centro de embutimento do consolo e a reação da viga sobre o mesmo (Figura 2.7c). Para analisar a influência de e nas deformações no concreto, Marcakis e Mitchell (1980) reduziram as larguras dos pilares na região da ligação para três arranjos distintos:

- Cisalhamento puro (Figura 2.8b com carregamento simétrico);
- Momento fletor puro (Figura 2.8b com carregamento antissimétrico);
- Carregamento desbalanceado (Figura 2.8a).

Figura 2.8 – Avaliação da excentricidade do carregamento



Fonte: Marcakis e Mitchell (1980).

Somente o arranjo de carregamento desbalanceado apresentou excentricidade de carregamento diferente de zero. Como consequência, a posição da linha neutra (LN) deste caso não se manteve constante, promovendo alterações nas distribuições de tensões e deformações e reduzindo a resistência da ligação, como foi detalhado no modelo analítico dos autores (item 2.2.2.1). Por outro lado, o arranjo de cisalhamento puro promoveu a maior resistência.

Para avaliar a largura do pilar que efetivamente contribui para a transferência dos esforços, Marcakis e Mitchell (1980) elaboraram pilares largos, cujas larguras (B) são significativamente maiores do que a largura do consolo (w). Como resultado, o confinamento do concreto pelos estribos na ligação ampliou a área de distribuição dos esforços, excedendo a própria largura do consolo. Logo, a largura efetiva se igualou à largura entre os estribos (b), sendo limitada à $3,2w$ (ensaios dos pilares largos), sob um reduzido espaçamento entre estribos nesta região. Entretanto, tal espaçamento não foi alvo do estudo dos autores.

Já a adição de cargas axiais ao pilar e de armaduras verticais soldadas às paredes do consolo embutido influíram na resistência ao cisalhamento da ligação. Um aumento da carga axial ampliou a resistência da ligação em até 30%, quando esta não ultrapassou 50% da capacidade máxima do pilar ao carregamento axial puro. Após tal limite, a resistência passou a decrescer, mas ainda se manteve superior à situação inicial (sem carga axial) até 75% da mesma capacidade. Todavia, a imposição de cargas axiais também reduziu a ductilidade da ligação. Já as armaduras soldadas ao consolo (Figura 2.7), aumentaram não só a resistência da ligação (em 52%), como a rigidez. Para tanto, é requerido um comprimento que viabilize o seu escoamento.

Por fim, as formas do consolo foram avaliadas, comparando uma seção transversal I (Figura 2.7a) à uma seção retangular vazada (Figura 2.7b). A primeira ampliou brevemente a rigidez e a resistência da ligação (11%), devido à sua melhor distribuição de tensões. Já a última se mostrou suscetível à instabilidade local, podendo induzir falhas prematuras, o que pode ser evitado com o preenchimento da seção com graute, segundo os autores. Ressalta-se que o modelo analítico proposto por Marcakis e Mitchell (1980) é abordado no item 2.2.2.1.

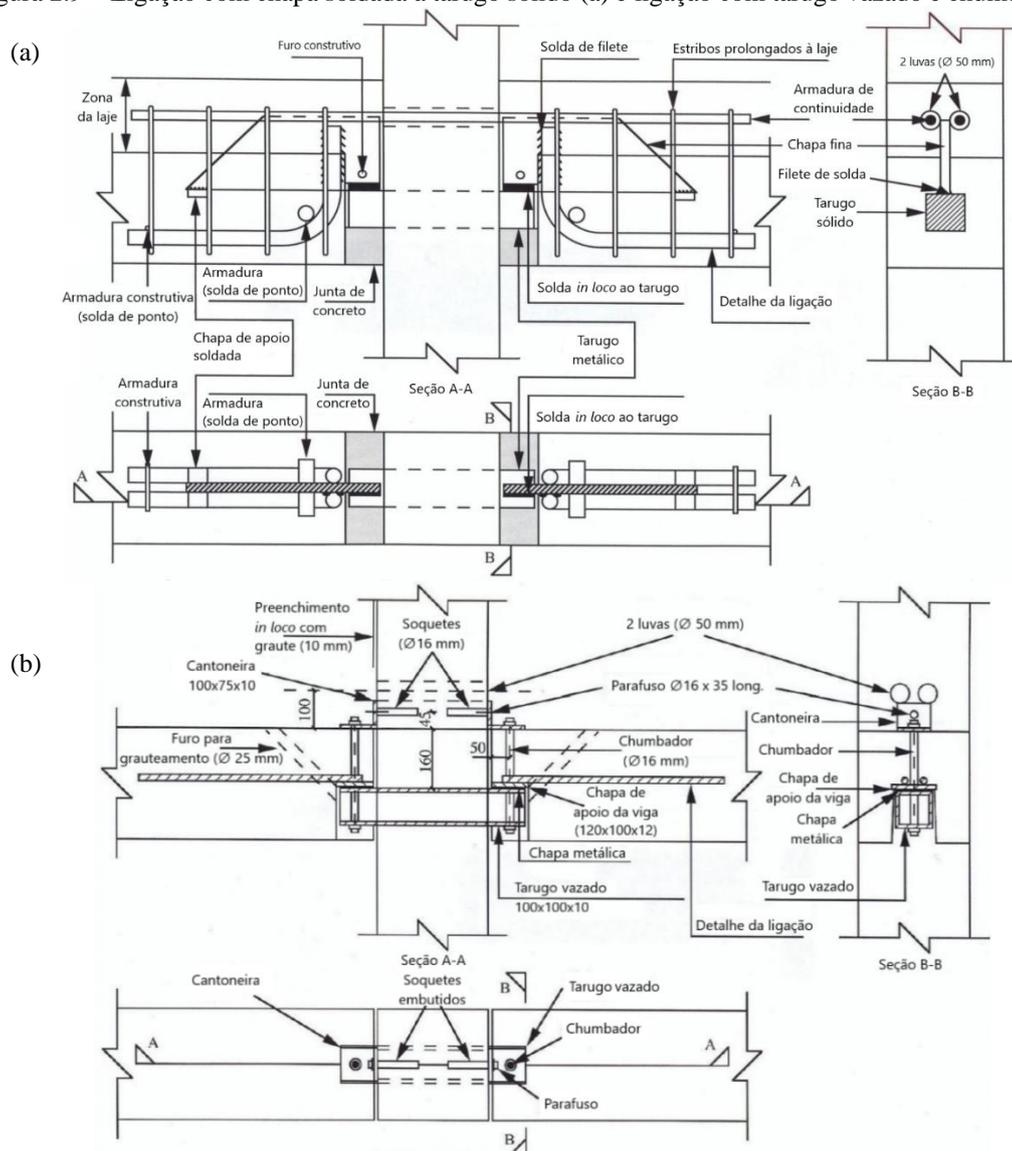
2.2.1.2 *Görgün (1997)*

Enquanto Marcakis e Mitchell (1980) analisaram somente a interação entre o pilar e o consolo, Görgün (1997) acrescentou vigas e lajes alveolares a seus ensaios experimentais em escala real. O autor visou a caracterização momento-rotação de várias subestruturas, alterando a tipologia do consolo embutido e a sua disposição no pilar, a saber: consolo duplo (pilares internos) e consolo simples (pilares de extremidade).

Os momentos fletores e as rotações foram obtidos na face do pilar, enquanto a rigidez das ligações foi avaliada a partir dos diagramas momento-rotação. Quanto às rotações, Grgn (1997) assumiu que a face da viga se comportou como um corpo rígido, relacionando linearmente as deformações de seu topo (tração), que também contempla as aberturas de fissuras, com as de sua base (compressão), mensuradas por meio de transdutores.

As tipologias de consolo se resumem a uma chapa soldada a um tarugo sólido (Figura 2.9a) e a um tarugo vazado (preenchido com graute) com chumbador (Figura 2.9b). Após a aplicação de um carregamento cíclico, a resistência à flexão da primeira ligação superou em 25% a da última. Esta diferença é atribuída à maior resistência à tração das soldas, em detrimento da resistência ao cisalhamento do chumbador. Ademais, os diferentes braços de alavanca dos esforços resistentes de cada tipologia também influenciaram o resultado obtido.

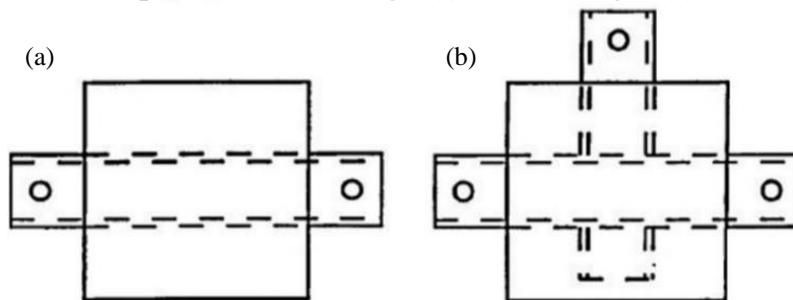
Figura 2.9 – Ligação com chapa soldada a tarugo sólido (a) e ligação com tarugo vazado e chumbador (b)



Fonte: Adaptado de Grgn (1997).

Na Figura 2.9, os detalhamentos das ligações ilustraram consolos duplos (Figura 2.10a), porém sua comparação aos consolos simples (Figura 2.10b) promoveu as diferenças mais expressivas do estudo de Görgün (1997). Para as tipologias de tarugo sólido e tarugo vazado (com lajes), os consolos simples reduziram as resistências últimas das ligações em 34% e 70%, respectivamente, em relação aos consolos duplos. Estas discrepâncias decorreram, sobretudo, de uma contribuição não efetiva das armaduras de continuidade na resistência da ligação com consolo simples, uma vez que sua ancoragem se deu de modo parcial.

Figura 2.10 – Consolo duplo (a) e consolo simples (b)



Fonte: Adaptado de Görgün (1997).

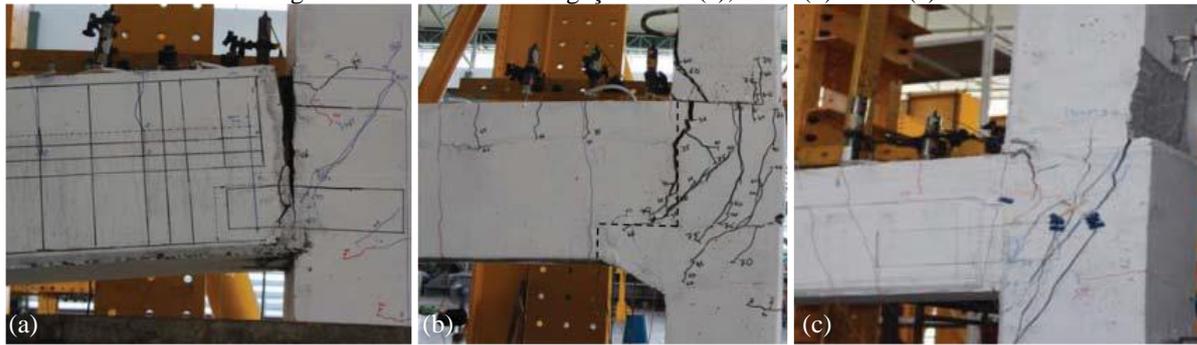
A inserção de lajes alveolares e armaduras de continuidade ampliaram a rigidez (em 105%), a rotação (em 46%) e o momento último (em 215%) das ligações. Porém, Görgün (1997) indicou que suas contribuições são negligenciadas nos dimensionamentos, assim como a inserção de graute de preenchimento e o espaçamento dos estribos próximos ao consolo. O autor também pontuou o potencial dos estribos em controlar falhas prematuras na região inferior à ligação (comprimida), sendo esta a zona em que um maior dano foi observado.

2.2.1.3 Elliott e Hamid (2017)

As lajes incorporadas por Görgün (1997) são pré-moldadas, mas também pode-se inserir capas concretadas *in loco*, como observado por Elliott e Hamid (2017). Os autores abordaram, por meio de ensaios em escala real, os momentos resistentes e as classificações de três ligações, cujas descrições se encontram a seguir, junto às ilustrações de seus ensaios (Figura 2.11):

- a) Ligação “BIC”: consolo metálico embutido de seção vazada (preenchida), com fixação por chumbador e cantoneira, similar a Görgün (1997) (Figura 2.11a);
- b) Ligação “BHC”: consolo de concreto (Figura 2.11b);
- c) Ligação “SIB”: inserto metálico na viga (seu comprimento não se estende ao cobrimento da face oposta do pilar), também com seção vazada preenchida, mas confinado por estribos (Figura 2.11c).

Figura 2.11 – Ensaio das ligações BIC (a), BHC (b) e SIB (c)



Fonte: Elliott e Hamid (2017).

Nas três ligações foram inseridas armaduras de continuidade, as quais foram ancoradas aos pilares por meio de luvas roscadas. Após um carregamento cíclico, ambas as ligações se comportaram como semirrígidas de resistência média, conforme a classificação de Ferreira, El Debs e Elliott (2002). Além disso, houve uma mesma tendência de fissuração à flexão, com seu início nos pilares e sua propagação às interfaces das vigas, sendo justificada pelas diferentes resistências e rigidezes dos materiais desta região.

A ligação BHC apresentou o maior momento último (106 kNm), mas se mostrou muito próxima à ligação BIC, com 98 kNm, enquanto a SIB atingiu 84 kNm. Com relação à ligação BIC, destaca-se que o início de sua fissuração se deu em momentos inferiores às demais, também havendo fratura de suas armaduras de continuidade ao fim do ensaio, já que a capacidade última das mesmas foi atingida sob um impedimento de seus deslizamentos, pela ancoragem efetiva das luvas roscadas.

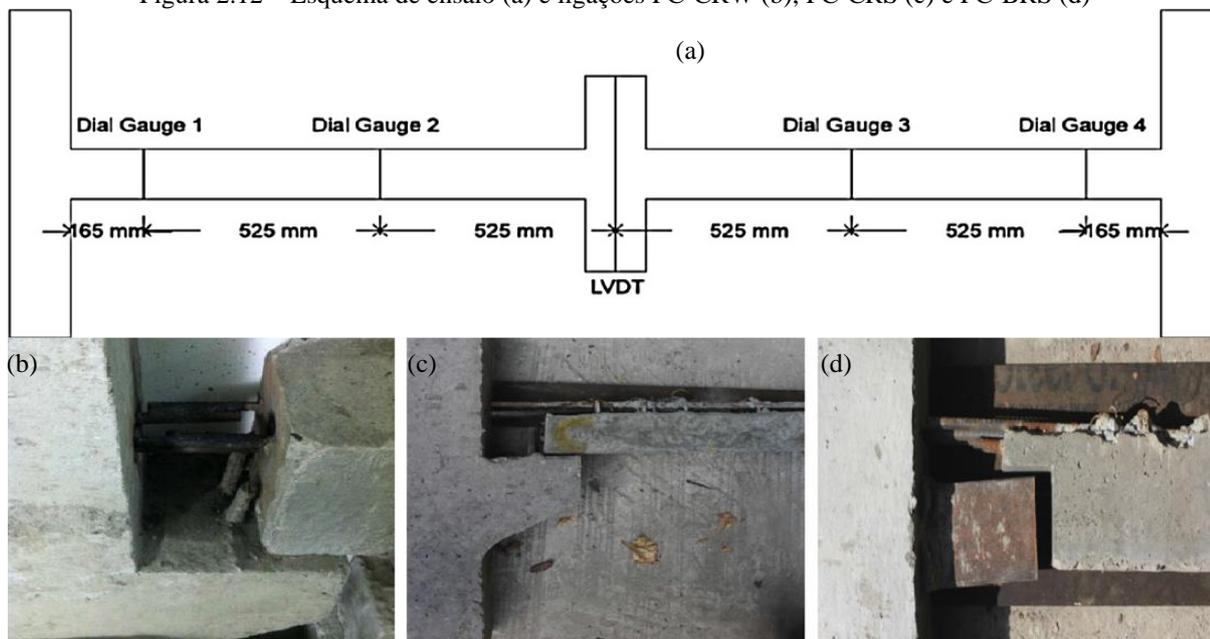
2.2.1.4 Nimse, Joshi e Patel (2014)

Nimse, Joshi e Patel (2014) também compararam as ligações com consolos metálicos embutidos e consolos de concreto, mas sob situações de colapso progressivo. Para tanto, foi considerado um arranjo reduzido (1/3) com três pilares e duas vigas, como ilustrado na Figura 2.12a, em que o pilar central estaria livre em seus extremos e recebendo uma carga monotônica. O comportamento das ligações foi avaliado em termos de capacidade de suporte e deflexão das vigas, com relação à uma ligação monolítica. As ligações incluíram armaduras de continuidade e chumbadores dispostos em nichos (posteriormente grauteados), estando descritas a seguir:

- a) Ligação “PC-CRW”: consolos de concreto com a continuidade das armaduras garantida por soldas, já estando inseridas no concreto pré-moldado (Figura 2.12b);
- b) Ligação “PC-CRS”: consolos de concreto com a continuidade das armaduras garantida pelo transpasse, demandando a concretagem *in loco* da capa (Figura 2.12c);

c) Ligação “PC-BRS”: consolos metálicos vazados (sem informações sobre o seu preenchimento), com armaduras de continuidade análogas à PC-CRS (Figura 2.12d);

Figura 2.12 – Esquema de ensaio (a) e ligações PC-CRW (b), PC-CRS (c) e PC-BRS (d)



Fonte: Nimse, Joshi e Patel (2014).

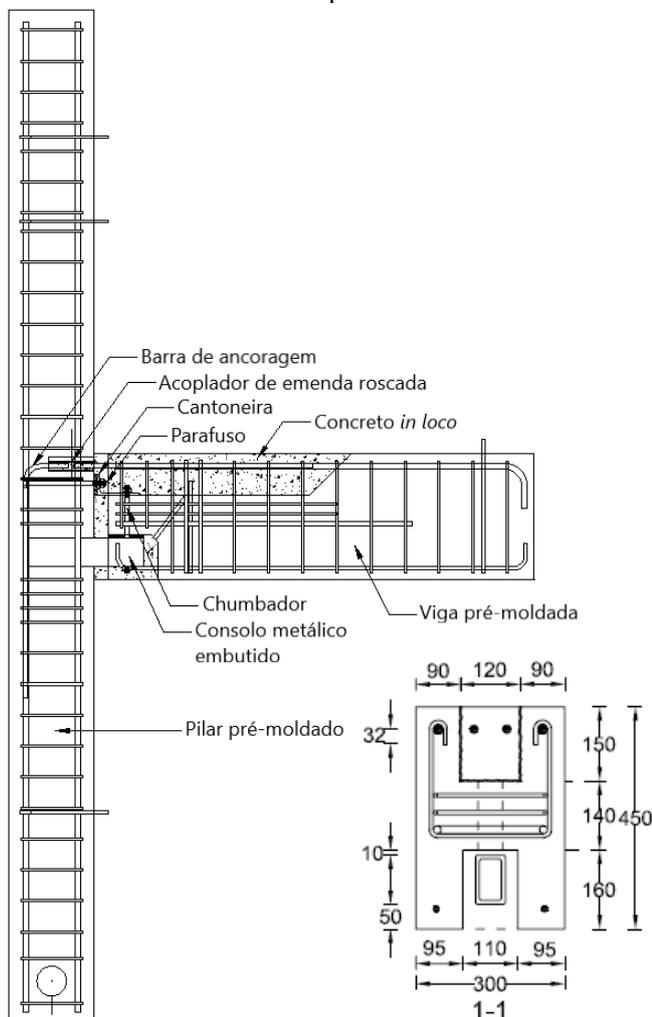
Nas Figuras 2.12b a 2.12d notam-se consideráveis nichos destinados ao preenchimento *in loco*, sem armaduras adicionais. Como consequência, a fissuração das três ligações se iniciou nestas regiões, principalmente em suas interfaces com o concreto pré-moldado, evoluindo para a separação dos elementos nas falhas. Esse comportamento poderia ser amenizado com arranjos que favorecessem a aderência entre os diferentes materiais, por exemplo. Contudo, os autores verificaram que as três ligações obtiveram resistências e ductilidades maiores que a monolítica. A ligação PC-CRS se destacou com um aumento de 33,33% e 49,46% nas propriedades de resistência e ductilidade, respectivamente, seguida por 16,67% e 11,26%, para PC-CRW, e 8,33% e 33,63%, para PC-BRS, nesta ordem.

2.2.1.5 Bidin (2017)

De modo similar à ligação “PC-CRW” de Nimse, Joshi e Patel (2014), Bidin (2017) estudou a inserção de vigas que já apresentassem uma parcela das armaduras de continuidade imersas no concreto pré-moldado, visando reduzir a concretagem *in loco*. Assim, apenas a região da ligação seria confeccionada em obra, cuja adesão ao concreto pré-moldado foi garantida por uma interface de 45°, conforme a Figura 2.13. A ancoragem das armaduras de continuidade ao pilar se deu por conectores mecânicos, enquanto as armaduras inferiores da viga foram an-

coradas na própria viga. Também se incluíram armaduras acima do consolo vazado (Detalhe 1-1 da Figura 2.13), o qual foi grauteado, junto aos demais nichos da ligação.

Figura 2.13 – Ligação com armadura de continuidade parcialmente inserida no concreto pré-moldado



Fonte: Adaptado de Bidin (2017).

Bidin (2017) adotou uma distância da face do pilar à aplicação da carga igual ao triplo da altura da viga, subdividindo o carregamento em seis ciclos e uma carga monotônica final. Uma vez aferidos os deslocamentos e deformações, o autor verificou que a ligação promoveu ductilidade suficiente, já que sua falha ocorreu após a ruptura dos elementos. Além disso, a capacidade de suporte foi mantida após a fissuração, atingindo deformações inelásticas. As fissuras se iniciaram próximo à ancoragem das armaduras de continuidade, seguidas pelas fissurações de flexão nos elementos, fissuras diagonais na ligação e, por fim, nas interfaces.

Foi verificado que a ligação também se comportou como semirrígida de resistência média pela classificação de Ferreira, El Debs e Elliott (2002), com contribuição das armaduras negativas em seus momentos resistentes, os quais superaram em cerca de 20% aqueles obtidos de modelos analíticos. O autor observou que esta diferença decorreu da usual desconsideração

das partes mecânicas da ligação, como parafusos e chumbadores. Tal prática é justificada em FIB (2008b) pela baixa resistência ao cisalhamento da fixação da cantoneira ao pilar e pela baixa ductilidade do chumbador, mesmo que sua resistência não seja desprezível.

2.2.1.6 Síntese dos parâmetros potencialmente influentes

Com base nos estudos supracitados, alguns parâmetros se destacaram por sua influência no comportamento das ligações com consolos metálicos embutidos. A variação da tipologia do consolo somente influenciou no comportamento das ligações se acompanhada de uma modificação das posições e resistências de seus mecanismos (como soldas e chumbadores), já que estas alteram os braços de alavanca dos momentos resistentes (GÖRGÜN, 1997). Logo, modificar apenas a seção não influenciou significativamente no desempenho estrutural (MARCAKIS; MITCHELL, 1979). Até mesmo os comportamentos de consolos embutidos e consolos de concreto se mostraram próximos (ELLIOTT; HAMID, 2017), desde que os primeiros incluam armaduras sobre o consolo e sua devida fixação aos elementos (NIMSE; JOSHI; PATEL, 2014).

A aderência entre o concreto pré-moldado e o material moldado no local também se mostrou importante no comportamento das ligações analisadas, assim como os nichos destinados ao último, modificando o processo de fissuração (BIDIN, 2017; NIMSE; JOSHI; PATEL, 2014). Já a adição de lajes e de armaduras de continuidade ampliou não só o momento último das ligações (em 215%), mas também sua rigidez (em 105%) e rotação (em 46%) (GÖRGÜN, 1997). Ressalta-se que um espaçamento reduzido dos estribos no pilar, abaixo do consolo, foi mencionado nos estudos, mas a sua influência não foi objeto de análise, tal como a existência de estribos na porção das vigas acima do consolo.

Por fim, do trabalho de Marcakis e Mitchell (1979), ponderam-se as armaduras verticais soldadas ao consolo embutido, cuja adição promoveu um aumento de mais de 50% na resistência da ligação. Tal propriedade também se beneficiou com a imposição de cargas axiais ao pilar (30%), mas com uma redução na ductilidade. Por outro lado, a excentricidade do carregamento reduziu a resistência, bem como constatado por Görgün (1997) em arranjos de pilares de extremidade (carregamento desbalanceado) e internos (carregamentos simétricos), sendo abordada nos modelos analíticos descritos a seguir.

2.2.2 Estudos analíticos de ligações com consolos metálicos embutidos

Inicialmente, são apresentados os modelos analíticos de Marcakis e Mitchell (1980) e Elliott e Jolly (2013), os quais se concentram no dimensionamento de ligações com consolo metálico embutido e na verificação de sua resistência nominal. A abordagem destes modelos visa a comparação de suas distribuições de tensões com os resultados iniciais da modelagem numérica deste estudo, também verificando seus mecanismos resistentes e as áreas de armaduras (já que a adição de armaduras soldadas ao consolo e de estribos na região da ligação são contempladas na análise paramétrica, por exemplo).

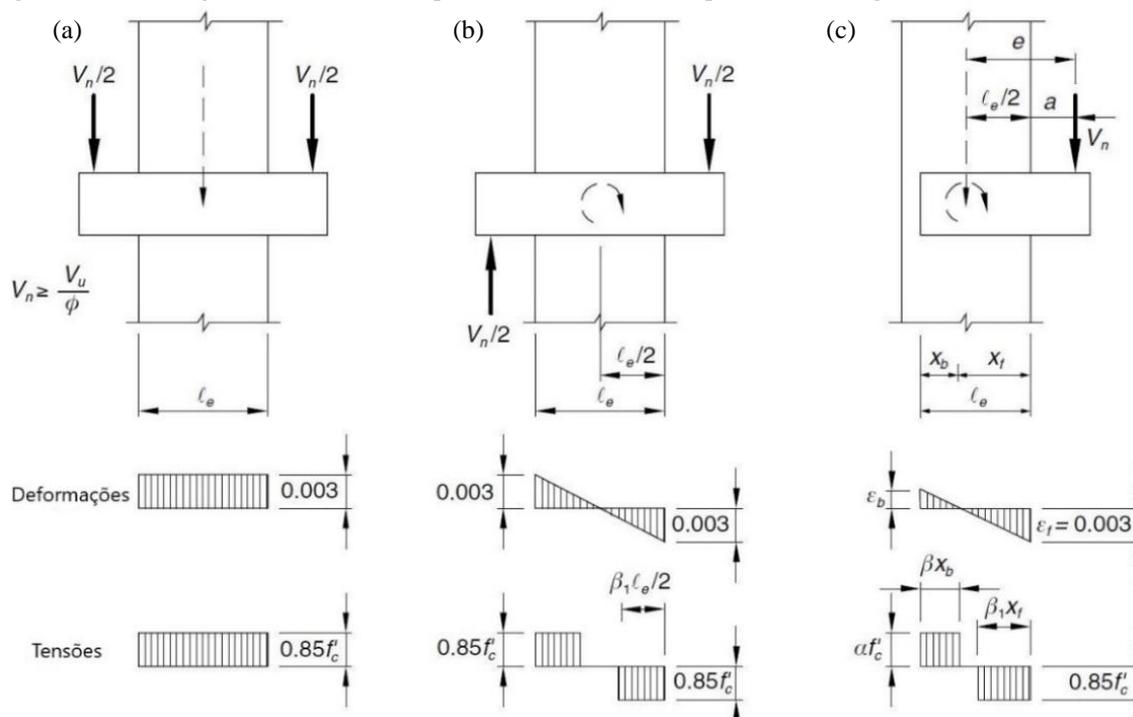
Para tanto, incorpora-se uma análise dos momentos e forças internas resistentes desta tipologia de ligação, utilizando-se do modelo proposto em FIB (2008b). Tal modelo também pode ser empregado para confrontar as previsões analíticas da resistência à flexão da ligação com os ensaios experimentais e com os modelos numéricos.

2.2.2.1 Dimensionamento por Marcakis e Mitchell (1980) e PCI (2010)

Anteriormente ao estudo de Marcakis e Mitchell (1980), os modelos analíticos de dimensionamento de ligações com consolo metálico embutido apresentavam inconsistências, segundo os autores. Entre elas, destacam-se as seguintes adoções: a coincidência da posição das armaduras com as forças resistentes do concreto, a admissão do escoamento das mesmas e a consideração de uma posição fixa da LN, mesmo com distintos arranjos de armaduras e excentricidades de carregamento.

A excentricidade (e) do carregamento (V_n) pode ser obtida pela soma de metade do comprimento de embutimento ($\ell_e/2$) e da distância da face do pilar à resultante das ações (a), conforme a Figura 2.14c. Nesta, também constam os três arranjos que visaram relacionar, de modo analítico, a excentricidade à posição da LN, a saber: cisalhamento puro (Figura 2.14a), momento fletor puro (Figura 2.14b) e carregamento desbalanceado (Figura 2.14c). Como os dois primeiros apresentam ações simétricas e antissimétricas, nesta ordem, suas resultantes (e a própria LN) coincidem com o centro de embutimento do consolo. Por outro lado, as posições de ambas variam com a excentricidade para o arranjo de carregamento desbalanceado.

Figura 2.14 – Arranjos sob cisalhamento puro (a), momento fletor puro (b) e carregamento desbalanceado (c)



Fonte: Adaptado de Marcakis e Mitchell (1980) e PCI (2010).

À vista disto, Marcakis e Mitchell (1980) admitiram distribuições uniformes de tensões e deformações para o arranjo de cisalhamento puro, com os valores respectivos de 85% da resistência de cálculo do concreto à compressão (f_{cd}) e 3‰, conforme indicado na Figura 2.14a. Tais valores também se aplicam aos momentos puros, mas com uma distribuição linear de deformações e a segmentação das tensões em blocos, cujos comprimentos equivalem à 80% (β_1) de $\ell_e/2$, como consta na Figura 2.14b.

Para o carregamento desbalanceado, os autores assumiram a deformação de 3‰ na face do pilar mais próxima à resultante das ações, também com distribuição linear. Todavia, a deformação na borda embutida do consolo (ϵ_b) se condiciona à posição da LN (distante x_b desta borda e x_f da face do pilar). Analogamente, os ponderadores da magnitude (α) e do comprimento (β) do bloco de tensão próximo à borda embutida também se associam à LN, conforme a Figura 2.14c. Para relacionar tais incógnitas, Marcakis e Mitchell (1980) empregaram a compatibilidade de deformações e o equilíbrio de forças e momentos fletores.

Já a imposição de cargas axiais ao pilar e a variação da seção do consolo, analisadas experimentalmente pelos autores (item 2.2.1.1), foram omitidas em seu modelo analítico. Em contrapartida, as armaduras soldadas ao consolo embutido compreenderam uma parcela adicional da resistência da ligação, enquanto a sua largura efetiva (b) se manteve relacionada à largura entre estribos, mas com uma limitação de $2,5w$, sendo w a largura do consolo. Este ponderador (2,5) difere do experimental (3,2) já que foram atribuídos fatores de segurança.

O modelo analítico de Marcakis e Mitchell (1980) foi incorporado em PCI (2010), determinando-se a resistência nominal da seção de concreto ($V_{n,conc}$) por meio da Equação (5), com um coeficiente de segurança (ϕ) de 0,75. A primeira parcela se relaciona ao concreto do pilar (V_{pilar}) e a última (V_{arm}), às armaduras soldadas ao consolo (com área A_s , tensão de escoamento de cálculo f_{yd} e espaçamento S).

$$V_{n,conc} = \phi \cdot (V_{pilar} + V_{arm}) = \phi \cdot \left(\frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \ell_e}{1 + 3,6 \cdot \frac{e}{\ell_e}} + \frac{2 \cdot A_s \cdot f_{yd}}{1 + \frac{6 \cdot e / \ell_e}{(4,8 \cdot S / \ell_e) - 1}} \right) \quad (5)$$

Além disso, em PCI (2010) também constam as verificações da resistência à flexão ($V_{n,flex}$) e ao cisalhamento ($V_{n,cis}$) do consolo metálico, conforme as Equações (6) e (7), respectivamente. F_y representa a tensão de escoamento do material; Z_p , seu módulo de resistência plástica; V_u , a força cortante última; e A_w , a área resistente ao cisalhamento (alma). Para as verificações do consolo, o coeficiente de minoração (ϕ) equivale à 0,90.

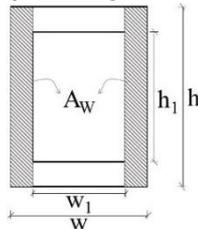
$$V_{n,flex} = \frac{\phi \cdot Z_p \cdot F_y}{a + \frac{0,5 \cdot V_u}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b}} \quad (6)$$

$$V_{n,cis} = \phi \cdot (0,6 \cdot F_y) \cdot A_w \quad (7)$$

Logo, a resistência nominal da ligação (V_n) é definida como o menor valor entre $V_{n,conc}$, $V_{n,flex}$ e $V_{n,cis}$, sendo que V_u não deve superá-la ($V_n \geq V_u$). Outrossim, o módulo Z_p é estimado conforme a Equação (8) para seções retangulares vazadas, cujas variáveis se encontram indicadas na Figura 2.15, a seguir (PCI, 2010). Na Figura 2.15, ainda foi indicada a área destas seções que contribui efetivamente para a resistência ao cisalhamento.

$$Z_p = \frac{w \cdot h^2 - w_1 \cdot h_1^2}{4} \quad (8)$$

Figura 2.15 – Variáveis da seção retangular vazada para determinação de Z_p



Fonte: Elaborado pela autora.

Como destacado anteriormente, os arranjos assumidos como simétricos (Figura 2.14a) têm excentricidade de carregamento nula ($e = 0$). Sabendo disso e da definição da excentrici-

dade ($e = a + l_e/2$), as Equações (5) a (7) podem ser reescritas para este caso, resultando nas Equações (9) a (11), respectivamente. Para ponderar a situação mais crítica, Marcakis e Mitchell (1980) igualaram cada resistência ($V_{n,conc}$, $V_{n,flex}$ e $V_{n,cis}$) a V_u . Logo, a Equação (10) também resultou de um rearranjo da Equação (6), visto que incluía tal termo em seu denominador.

$$V_{u,conc} = \phi \cdot (V_{pilar} + V_{arm}) = \frac{\phi}{2} \cdot (0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot l_e + 2 \cdot A_s \cdot f_{yd}) \quad (9)$$

$$\left(\frac{0,5}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b}\right) \cdot V_{u,flex}^2 - \left(\frac{l_e}{2}\right) \cdot V_{u,flex} - \phi \cdot Z_p \cdot F_y = 0 \quad (10)$$

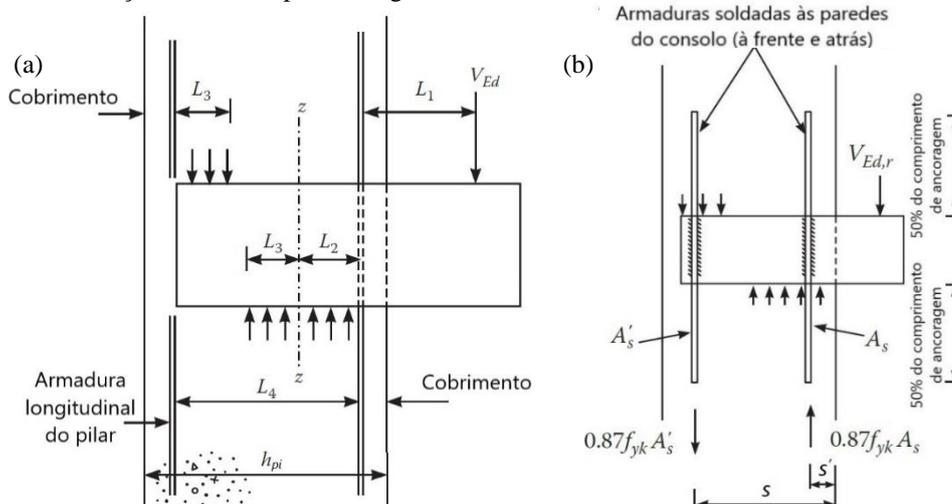
$$V_{u,cis} = \phi \cdot (0,6 \cdot F_y) \cdot A_w \quad (11)$$

Conforme a estratégia de Marcakis e Mitchell (1980), a resistência da seção de concreto abrange o carregamento de ambos os lados do consolo ($V_{n,conc} = 2V_{u,conc}$), enquanto as verificações do consolo são calibradas a apenas um lado ($V_{n,flex} = V_{u,flex}$ e $V_{n,cis} = V_{u,cis}$). Por conta disso, a Equação (9) foi dividida por dois. Todavia, V_u também poderia ser estimada a partir de outros modelos analíticos, como a resistência interna proposta em FIB (2008b), item 2.2.2.3.

2.2.2.2 Dimensionamento por Elliott (2017)

Enquanto Marcakis e Mitchell (1980) pressupõem uma maior concentração de estribos na região da ligação, o cálculo de sua área é viabilizada por Elliott (2017). Para tal, têm-se as distribuições de tensões da Figura 2.16a para o carregamento desbalanceado (geral), cuja adição de armaduras soldadas ao consolo leva à Figura 2.16b. A uniformidade das tensões é justificada pelo confinamento do concreto na ligação e pelas reduzidas dimensões do consolo em relação ao pilar. Ademais, a ocorrência do momento fletor máximo é assumida na seção z-z.

Figura 2.16 – Distribuição de tensões para carregamento desbalanceado com (a) e sem (b) armaduras adicionais



Fonte: Adaptado de Elliott (2017).

Também diferindo do modelo de Marcakis e Mitchell (1980), a posição da LN passa a ser invariável às excentricidades de carregamento, suas magnitudes e ao confinamento do concreto. Assim, a resistência nominal da seção de concreto é obtida com a Equação (12). Os termos f_{cd} e w permanecem sendo a resistência à compressão de cálculo do material de preenchimento e a largura do consolo, nesta ordem, enquanto c_{pi} indica o cobrimento do pilar. As parcelas V_{pilar} e V_{arm} também se referem ao concreto do pilar e às armaduras soldadas ao consolo (com área A_s , espaçamento $(s - s')$ e tensão de escoamento de cálculo f_{yd}). Por outro lado, os termos distintos do modelo anterior são as dimensões da Figura 2.16a (L_1 e L_2) e o fator de confinamento bi/triaxial do concreto (S_q), sendo abordados posteriormente.

$$V_{n,conc} = V_{pilar} + V_{arm} = (0,8 \cdot f_{cd} \cdot w \cdot S_q \cdot L_2) + \left(\frac{f_{yd} \cdot A_s \cdot (s - s')}{s + L_1 - c_{pi}} \right) \quad (12)$$

As verificações da resistência à flexão ($V_{n,flex}$) e ao cisalhamento ($V_{n,cis}$) do consolo metálico seguem as Equações (13) e (14), respectivamente. F_y continua sendo a tensão de escoamento característica do aço do consolo; Z_p , seu módulo de resistência plástica; e A_w , sua área resistente ao cisalhamento (alma). Novamente, as dimensões L_1 e L_2 são demandadas.

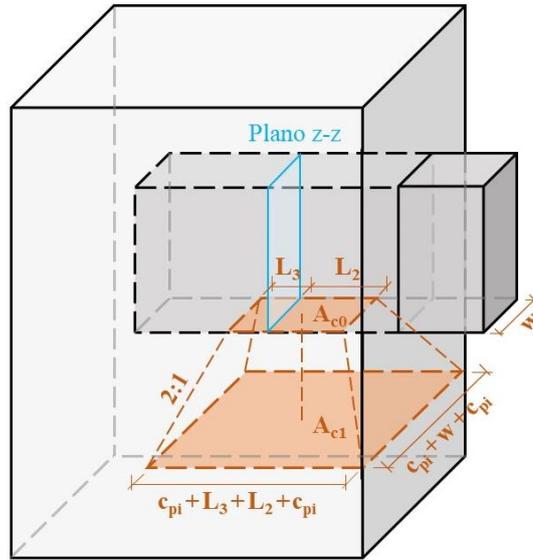
$$V_{n,flex} = \frac{Z_p \cdot F_y}{L_1 + 0,5 \cdot L_2} \quad (13)$$

$$V_{n,cis} = (0,6 \cdot F_y) \cdot A_w \quad (14)$$

Conforme a Figura 2.16a, a dimensão L_1 é a distância do centro do apoio da viga no consolo à face do pilar (a) somada a c_{pi} , enquanto L_4 é a dimensão do pilar neste plano (h_{pi}), reduzida de seus cobrimentos. Em contrapartida, L_2 e L_3 se relacionam às distribuições das tensões de compressão, a primeira como reação ao carregamento e a segunda, como um binário que auxilia na resistência ao momento fletor, sendo ambas funções do fator S_q .

O fator S_q também trata das tensões, mas focando em sua propagação no concreto (modelo de bielas e tirantes). A área de apoio da biela comprimida (A_{c0}) é confrontada à máxima área desta biela (A_{c1}) ao longo do eixo ortogonal ao seu apoio, para uma razão de propagação de 2:1, conforme a Figura 2.17. A_{c0} equivale à região em que os esforços são transmitidos entre o consolo e o pilar, ou seja, a área em que as tensões se distribuem no modelo. Todavia, A_{c1} é limitada à adição dos cobrimentos em ambas as direções. O cálculo de S_q segue na Equação (15) para a região abaixo do consolo, onde as tensões se distribuem por um bloco de comprimento $L_2 + L_3$, enquanto acima do mesmo seriam limitadas somente por L_3 .

Figura 2.17 – Esquemática do fator de confinamento bi/triaxial S_q



Fonte: Elaborado pela autora.

$$S_q = \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} = \sqrt{\frac{(w + 2 \cdot c_{pi}) \cdot (L_2 + L_3 + 2 \cdot c_{pi})}{w \cdot (L_2 + L_3)}} \leq 3,0 \quad (15)$$

Segundo a Equação (15), S_q também depende de L_2 e L_3 , requerendo um cálculo iterativo. Pode-se partir da força cortante última V_u (reação da viga) e da adoção de uma largura do consolo (w). Baseando-se na primeira, um valor inicial de S_q também pode ser assumido, sendo comuns os fatores de 2,0 e 1,7 para cortantes de 150 kN e 300 kN, nesta ordem. Assim, pode-se calcular a dimensão L_2 com a Equação (12), neste instante sem a parcela das armaduras adicionais (V_{arm}) e com uma equivalência de $V_{n,conc}$ e V_u , como indicado na Equação (16).

$$L_2 = \frac{V_u}{0,8 \cdot f_{cd} \cdot w \cdot S_{q,adotado}} \quad (16)$$

Já a dimensão L_3 é obtida do equilíbrio de momentos fletores na seção z-z (Figura 2.16), conforme a Equação (17), a seguir. Todavia, é necessário analisar a sobreposição dos blocos de tensões com a Equação (18), uma vez que sua ocorrência demanda alterações, como a adição de armaduras soldadas ao consolo ou um aumento de f_{cd} , L_4 e w , segundo Elliott (2017).

$$L_3 \cdot (L_4 - L_2 - L_3) = L_2 \cdot (L_1 + 0,5 \cdot L_2) \quad (17)$$

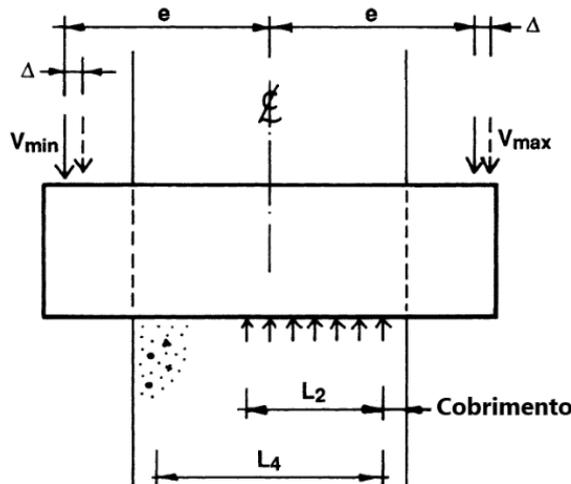
$$L_2 + 2 \cdot L_3 \leq 0,9 \cdot L_4 \quad (18)$$

Finalmente, determinadas as dimensões dos blocos de tensões, pode-se calcular o fator S_q com a Equação (15), com base na tolerância demandada, de modo que novas iterações devem ser realizadas até a observância desta tolerância. Assim, com o fim do processo iterativo, têm-

se os valores finais de L_2 , L_3 e S_q , viabilizando o dimensionamento do consolo, também para V_u . Logo, seu módulo Z_p e a área de sua alma (A_W) se limitam inferiormente pelas Equações (13) e (14), nesta ordem.

Para consolos duplos, o procedimento seria análogo, mas Elliott e Jolly (2013) alertam que um carregamento perfeitamente simétrico não ocorre em prática (V_{min} e V_{max}), sendo necessário verificar a posição das resultantes dos esforços, como ilustrado na Figura 2.18. Também seria demandada a consideração das tolerâncias dos elementos pré-moldados de concreto (Δ), atribuindo conservadorismo ao modelo.

Figura 2.18 – Distribuição de tensões no concreto do pilar para consolo duplo



Fonte: Adaptado de Elliott e Jolly (2013).

A estimativa da área de estribos do pilar na região da ligação também é viabilizada. Para tanto, as forças totais de compressão acima (F_{acima}) e abaixo (F_{abaixo}) do consolo são determinadas com as Equações (19) e (20), nesta ordem. Mas, para obter as forças transversais, é necessário utilizar o coeficiente de força de ruptura (ζ), que é obtido por interpolação linear dos valores da Tabela 2.1, partindo-se da razão entre a largura do consolo (w) e a largura do pilar (B). Assim, as áreas de estribo (A_{bst}) demandadas acima e abaixo do consolo são calculadas com as Equações (21) e (22), respectivamente, em que f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo.

$$F_{acima} = 0,8 \cdot f_{cd} \cdot S_q \cdot w \cdot (L_3) \quad (19)$$

$$F_{abaixo} = 0,8 \cdot f_{cd} \cdot S_q \cdot w \cdot (L_3 + L_2) \quad (20)$$

$$A_{bst,acima} = \frac{\zeta \cdot F_{acima}}{f_{yd}} \quad (21)$$

$$A_{bst,abaixo} = \frac{\zeta \cdot F_{abaixo}}{f_{yd}} \quad (22)$$

Tabela 2.1 – Coeficientes de força de ruptura (ζ)

w/B	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
ζ	0,20	0,175	0,15	0,125	0,10	0,075

Fonte: Elliott (2017).

A área A_{bst} de cada região deve ser distribuída por uma altura equivalente à 40% de h_{pi} , com o uso de estribos fechados (dois ramos). Entretanto, a distribuição de A_{bst} entre os ramos deve ser analisada, já que os blocos de tensões podem se localizar mais próximos de apenas um ramo. Portanto, têm-se as seguintes relações:

- Caso $L_2 + L_3 + c_{pi} < h_{pi}/3 \rightarrow A_{bst}$ representa a área de cada ramo;
- Caso $h_{pi}/3 < L_2 + L_3 + c_{pi} < h_{pi}/2 \rightarrow 2/3A_{bst}$ representa a área de cada ramo;
- Caso $L_2 + L_3 + c_{pi} > h_{pi}/2 \rightarrow 1/2A_{bst}$ representa a área de cada ramo.

Caso seja necessário adicionar as armaduras soldadas ao consolo, adota-se inicialmente suas áreas e espaçamentos, de modo que seja respeitado um cobrimento mínimo de 50 mm. Com as dimensões dos blocos de tensões já estabelecidas, determina-se a parcela V_{arm} da Equação (12) e, por equilíbrio de esforços (Figura 2.16b), a força atuante em cada barra (F_w), conforme a Equação (23). Em seguida, a área mínima é verificada pela Equação (24), devendo ser próxima e inferior à adoção inicial.

$$F_w = f_{yd} \cdot A_s - V_{arm} = f_{yd} \cdot A_s - \left(\frac{f_{yd} \cdot A_s \cdot (s - s')}{s + L_1 - c_{pi}} \right) \quad (23)$$

$$A_s = F_w / f_{yd} \quad (24)$$

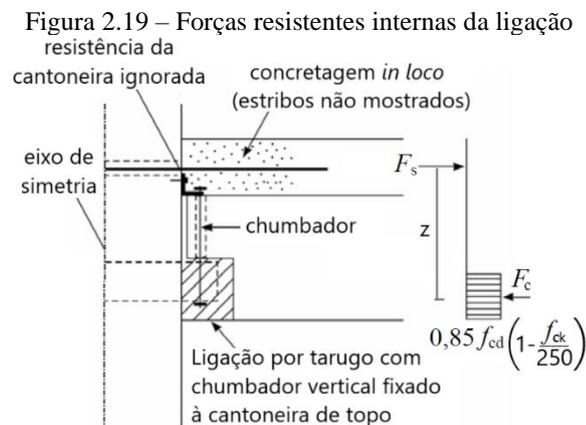
Segundo os procedimentos apresentados deste modelo, há uma demanda inicial da força cortante última V_u . Bidin (2017) a relacionou ao cálculo da resistência interna, a qual pode ser obtida a partir de FIB (2008b), como abordado no próximo item. Todavia, a ligação analisada por Bidin (2017) apresentava um arranjo de carregamento desbalanceado, com somente uma viga conectada ao pilar, enquanto o presente estudo implementa a simetria do carregamento, que pode viabilizar novas simplificações (item 4.1).

2.2.2.3 Resistência interna por FIB (2008b)

FIB (2008b) indica que em ligações com consolo metálico embutido, há um domínio dos momentos negativos, que decorrem dos carregamentos permanentes das vigas, com exce-

ção de arranjos em balanço. Consequentemente, pode-se considerar somente os momentos negativos, assumindo que a ligação se comportaria como articulada sob momentos positivos.

As forças internas que compõem o momento resistente das ligações com consolo metálico embutido seguem ilustradas na Figura 2.19. Somente foram consideradas em FIB (2008b) as parcelas resistentes da armadura de continuidade (F_s) e do material de preenchimento (F_c). A resistência do chumbador não foi considerada por sua reduzida ductilidade, enquanto a resistência da cantoneira foi tomada como desprezível. Contudo, a desconsideração do próprio consolo não foi justificada. Ademais, é assumida a ancoragem total das armaduras de continuidade (com o seu escoamento), com a presença de estribos as envolvendo, também acima do consolo.



Fonte: Adaptado de FIB (2008b).

As forças F_s e F_c são calculadas conforme as Equações (25) e (26), respectivamente, em que f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo das armaduras de continuidade, de área A_s . Novamente, w é a largura do consolo, x é a posição da LN, e f_{ck} e f_{cd} são as resistências à compressão característica e de cálculo do material de preenchimento, nesta ordem.

$$F_s = f_{yd} \cdot A_s \quad (25)$$

$$F_c = 0,85 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot w \cdot x \quad (26)$$

A partir do equilíbrio das forças F_s e F_c , determina-se x e, assim, a distância entre as forças equivalentes (z), conforme a Equação (27), em que d é a altura útil das armaduras de continuidade. Logo, o momento resistente da ligação (M_R) é obtido com a Equação (28).

$$z = d - 0,5 \cdot x \quad (27)$$

$$M_R = -A_s \cdot f_{yd} \cdot z \quad (28)$$

Destaca-se que as equações apresentadas englobam coeficientes de segurança, porém, para comparar seus resultados a estudos experimentais, pode-se suprimir os mesmos, utilizando

os valores obtidos de ensaios, a exemplo da resistência à compressão do concreto, como foi considerado em Bidin (2017). Além disso, caso seja optado pela estimativa da força cortante última (V_u) dos modelos de dimensionamento (itens 2.2.2.1 e 2.2.2.2) a partir de M_R , basta considerar os braços de alavanca dos arranjos em questão.

2.2.2.4 Síntese dos modelos analíticos

Os modelos de dimensionamento de ligações com consolos metálicos embutidos de Marcakis e Mitchell (1980) e Elliott (2017) preveem comportamentos conservadores. Além de atribuírem coeficientes de segurança, cada modelo engloba simplificações particulares que visam contornar as suas incertezas. Elliott (2017) trata a largura efetiva da ligação como a própria largura do consolo e considera uma LN fixa, mesmo com diferentes excentricidades de carregamento. Em contrapartida, Marcakis e Mitchell (1980) relacionam a primeira à largura entre estribos, com exceção de pilares largos, assumindo uma posição variável da LN.

Em ambos os modelos, é previsto um aumento da resistência da seção de concreto do pilar com a adição de armaduras verticais soldadas ao consolo e uma distribuição de tensões em blocos uniformes. Para Elliott (2017), a última se fundamenta no confinamento do concreto pelos estribos e na reduzida largura do consolo em relação ao pilar. Logo, o autor abordou um fator de confinamento do concreto para estimar as magnitudes das tensões, enquanto Marcakis e Mitchell (1980) as relacionaram à posição da LN. Por fim, o modelo de Marcakis e Mitchell (1980) somente impõe um reduzido espaçamento dos estribos na região da ligação, enquanto Elliott (2017) viabiliza a determinação de sua área.

Uma alternativa de abordagem dos modelos analíticos anteriores parte da estimativa da força cortante última (V_u) por meio do momento resistente da ligação (M_R). As equações de FIB (2008b) propiciam esta determinação, mas contemplam somente o material de preenchimento e as armaduras de continuidade. A desconsideração das demais peças, como chumbadores, cantoneiras e parafusos, é pautada nas reduzidas ductilidades e resistências individuais. Todavia, Bidin (2017) observou que esta prática contribui para uma discrepância dos resultados experimentais, dado que até a resistência do consolo não é abordada.

À vista disso, os modelos de dimensionamento das ligações podem ser manuseados para estimar as áreas das armaduras soldadas ao consolo e dos estribos na região da ligação, que são abordadas na análise paramétrica, assim como uma comparação de suas distribuições de tensões ao modelo numérico. Já o momento resistente da ligação obtido com a modelagem numérica e com o estudo experimental de Bacheга (2013) pode ser confrontado à estimativa de FIB

(2008b). Portanto, é necessário um embasamento em estudos numéricos anteriores de ligações similares ao foco deste estudo (consolo metálico embutido), conforme apresentado a seguir.

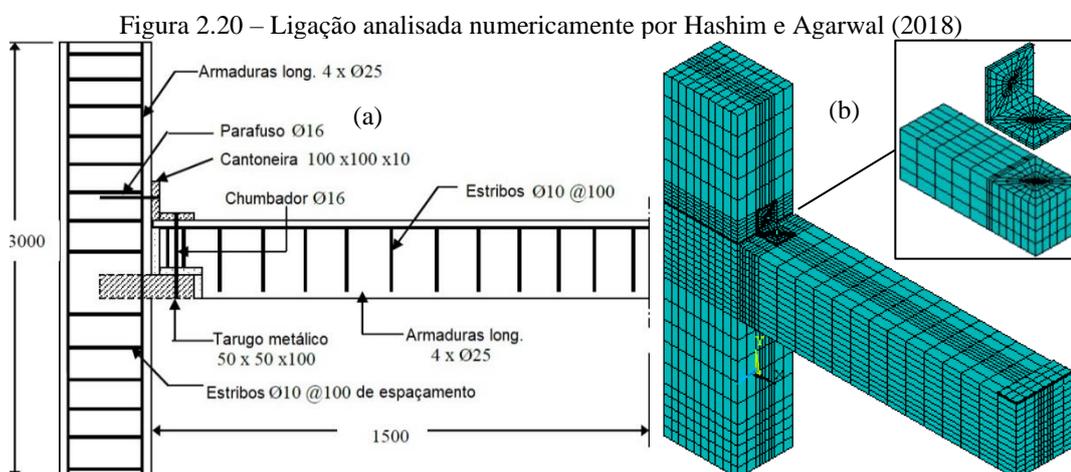
2.2.3 Estudos numéricos de ligações com consolos metálicos embutidos

A elaboração de análises numéricas em problemas do âmbito da engenharia civil tem potencial de ser uma grande aliada de sua industrialização, favorecendo a estimativa de resultados prévios com adequada representatividade. Em vista disto, utilizam-se métodos numéricos, como o MEF, o qual se baseia na otimização da energia total do problema, incorporando simplificações para sua resolução, sendo potencializado por programas computacionais. Todavia, a demanda por resultados mais refinados também instiga um maior custo computacional.

Assim, deve-se buscar um equilíbrio entre o refinamento realmente necessário e o tempo de processamento, já que, em geral, diversos parâmetros são abordados em um mesmo estudo, requerendo várias análises. As modelagens numéricas integradas ao MEF foram introduzidas ao estudo das ligações viga-pilar com consolos metálicos embutidos, como é abordado a seguir.

2.2.3.1 Hashim e Agarwal (2018)

Partindo de dimensões comumente aplicadas aos elementos estruturais de edifícios residenciais de médio porte, Hashim e Agarwal (2018) analisaram numericamente uma ligação constituída por consolo metálico embutido e cantoneira fixada ao mesmo, por meio de chumbador, e ao pilar, por parafuso, sem continuidade da armadura negativa (Figura 2.20a). Dessa forma, o comportamento da ligação foi confrontado a uma estrutura monolítica, e sua rigidez secante foi comparada com equações analíticas do método *beam-line*.



Fonte: Adaptado de Hashim e Agarwal (2018).

Os autores modelaram as armaduras como elementos de treliça com adesão perfeita, já o concreto e as juntas mecânicas foram representados como elementos sólidos, com exceção do parafuso e do chumbador. Estes demandariam um maior refinamento da malha devido às suas reduzidas dimensões, dificultando a convergência do modelo. Para evitar esta problemática, foram atribuídos elementos de viga às hastes do parafuso e do chumbador, enquanto os graus de liberdade de suas demais partes (cabeça e porca) foram acoplados às hastes e à cantoneira.

Ademais, as soldas não foram abordadas e a interação entre os diferentes materiais foi incorporada por elementos de contato. Porém, Hashim e Agarwal (2018) relataram certa escassez de estudos voltados à mensuração dos coeficientes de atrito entre as diferentes superfícies, adotando valores de 0,4 para a interface aço-concreto e 0,8 para graute-concreto. A malha do modelo simétrico se encontra ilustrada na Figura 2.20b, com uma maior discretização próxima à ligação, devido às concentrações de tensões.

Após a aplicação de um carregamento monotônico, a rotação da ligação com consolo metálico embutido superou a ligação monolítica. Por isso, a ligação proposta promoveu uma menor rigidez rotacional secante, classificando-se como semirrígida de baixa resistência, conforme Ferreira, El Debs e Elliott (2002). Por outro lado, a sua rigidez rotacional inicial superou as equações analíticas em até 13%, sendo justificada pelas distintas adoções entre os modelos e tomada como satisfatória por Hashim e Agarwal (2018).

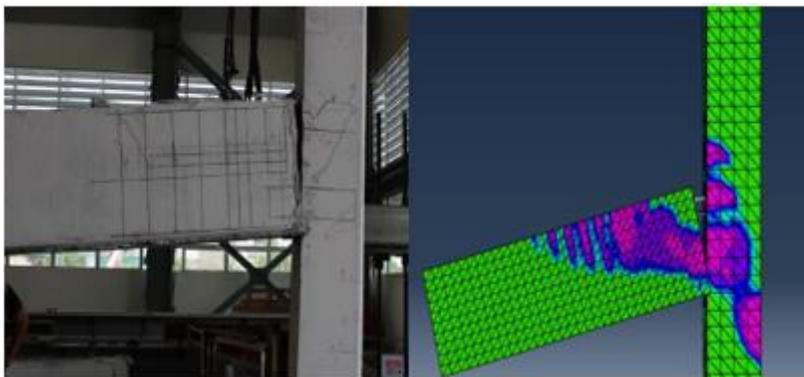
Dentre as distinções entre os modelos numérico e analítico, destaca-se as desconsiderações do escorregamento das armaduras e da fissuração/esmagamento do concreto no primeiro, que visaram reduzir o esforço computacional, enquanto foram abordados nas equações analíticas. Por outro lado, o método *beam-line* simplifica o concreto com um comportamento linear, em oposição ao modelo numérico, em que a consideração das não-linearidades geométricas e físicas é oportunizada. Assim, os autores concluíram que o MEF conferiu bons resultados e com uma abordagem econômica, mas alertaram sobre problemas de convergência.

2.2.3.2 Almohagry et al. (2021)

Almohagry et al. (2021) aplicaram o MEF para representar a ligação “BIC” do estudo experimental de Bidin (2017), apresentada no item 2.2.1.5, calibrando o modelo e viabilizando futuras análises paramétricas. Para tal, as propriedades dos materiais necessárias à simulação numérica se fundamentaram nos próprios ensaios e na literatura, a exemplo dos parâmetros do modelo constitutivo *Concrete Damaged Plasticity*, que incorpora a não-linearidade física do concreto.

Assim, um carregamento monotônico incremental foi aplicado a uma distância da face do pilar igual ao triplo da altura útil da viga. O surgimento de fissuras foi verificado a partir de 21,93 kN e 19,49 kN para o modelo numérico e o estudo experimental, nesta ordem, enquanto as suas falhas ocorreram sob carregamentos de 78 kN e 70 kN. Ademais, os modos de falha também se deram de modo similar, com o descolamento superior da viga em relação ao pilar, a fissuração na ligação e o deslizamento de suas armaduras superiores, conforme a Figura 2.21.

Figura 2.21 – Ligação analisada numericamente por Almohagry *et al.* (2021)



Fonte: Almohagry *et al.* (2021).

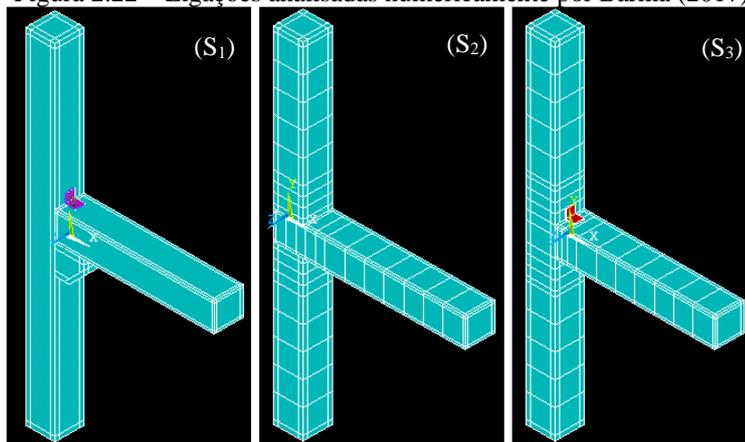
Almohagry *et al.* (2021) verificaram que o modelo numérico promoveu uma rigidez maior do que o estudo experimental (cerca de 30%). De acordo com os autores, esta diferença foi influenciada por questões práticas dos ensaios experimentais, como as imperfeições geométricas e o próprio manuseio das peças, uma vez que o MEF assumiu uma geometria perfeita. O modelo manteve um comportamento semirrígido de resistência média, conforme a classificação de Ferreira, El Debs e Elliott (2002). Dessa forma, os autores consideraram que a modelagem numérica seria representativa da ligação “BIC” do estudo experimental de Elliott e Hamid (2017), possibilitando análises paramétricas posteriores.

2.2.3.3 Barma (2017)

Uma análise paramétrica foi realizada no estudo de Barma (2017), mas somente após a comparação do desempenho de três propostas de ligações, as quais se encontram ilustradas na Figura 2.22 e descritas a seguir:

- a) Consolo de concreto com cantoneira parafusada (S_1);
- b) Pilar descontínuo com hastes (S_2);
- c) Consolo metálico sólido embutido com cantoneira parafusada (S_3).

Figura 2.22 – Ligações analisadas numericamente por Barma (2017)



Fonte: Barma (2017).

Ambas as propostas apresentavam uma redução do espaçamento entre estribos na região das ligações, pilares com cargas axiais constantes e vigas com carregamentos incrementais (monotônicos e cíclicos) aplicados a 30 cm das extremidades em balanço. Logo, apenas a ligação que se mostrasse mais eficiente seria otimizada a partir da análise paramétrica.

Ao considerar um carregamento monotônico, Barma (2017) verificou que a ligação S_1 superou as deformações e as capacidades de carga em 2% e 44,4% em relação à S_2 , e em 32% e 73,3% para S_3 , respectivamente, além de apresentar menores magnitudes de tensões na ligação. Já para o carregamento cíclico, em que as falhas ocorrem por fadiga, a capacidade de carga da ligação S_3 se equiparou à S_1 , sendo superiores à S_2 , apesar de S_3 ter exibido maiores deslocamentos e degradação da rigidez.

Por conta do melhor desempenho da ligação S_1 neste estudo, a análise paramétrica foi realizada somente para ela, variando-se as dimensões de sua cantoneira e o diâmetro de seus parafusos. O aumento de ambos contribuiu para reduzir a taxa de degradação da rigidez e a concentração de tensões na ligação, além de ampliar a capacidade de carga e o deslocamento máximo da estrutura. Em contrapartida, ressalta-se que somente a geometria dos modelos numéricos foi apresentada, não sendo detalhadas as outras etapas de suas confecções, como discretização da malha, tipologia de seus elementos, interações e modelos constitutivos.

2.2.3.4 Bahrami et al. (2017)

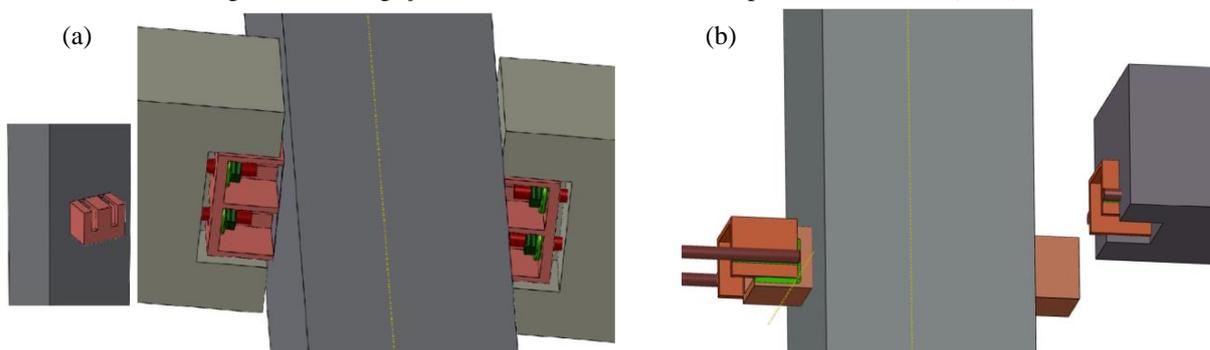
O estudo de Bahrami et al. (2017) também abordou análises paramétricas, mas de modo preliminar, visando otimizar a execução posterior de seus ensaios experimentais. Os autores confrontaram o comportamento de duas propostas de ligações com consolos metálicos embutidos à uma estrutura monolítica. Como as modelagens numéricas requerem uma validação por

meio de resultados experimentais e estes seriam obtidos somente *a posteriori*, houve a necessidade de se realizar um estudo experimental prévio. Para tanto, foi analisada a ligação com chapa soldada a um tarugo de seção sólida de Görgün (1997), apresentada no item 2.2.1.2 e ilustrada na Figura 2.9a.

Para a validação inicial, um carregamento monolítico vertical foi imposto, de modo que o modelo numérico apresentou um comportamento similar aos ensaios de Görgün (1997), com o surgimento de fissuras de cisalhamento e de compressão, além da abertura da interface superior entre o pilar e a viga. Ademais, a rigidez inicial de ambos diferiu em menos de 3,5% e seus momentos resistentes, em 1,7 kNm. Logo, o modelo numérico foi assumido como representativo quanto ao comportamento desta tipologia de ligação, ressaltando-se que a sua confecção também abordou as etapas de modelagem descritas a seguir.

As ligações propostas por Bahrami *et al.* (2017) tinham em comum as dimensões dos elementos, o preenchimento de seus nichos com graute e a disposição das armaduras, em que se destaca a continuidade das armaduras das vigas e a presença de estribos sobre o consolo (na viga) e de armaduras verticais soldadas ao mesmo (no pilar). Estas últimas armaduras visaram aumentar a estabilidade e a resistência ao cisalhamento da ligação, evitando o deslizamento do consolo sob solicitações laterais. Na ligação PC-1, as armaduras inferiores da viga foram fixadas por porcas e arruelas aos entalhes do consolo (Figura 2.23a), enquanto na ligação PC-2, foram soldadas a um perfil canal, que, por sua vez, foi soldado ao consolo de seção retangular vazada (Figura 2.23b).

Figura 2.23 – Ligações analisadas numericamente por Bahrami *et al.* (2017)



Fonte: Bahrami *et al.* (2017).

A atribuição dos elementos finitos se deu analogamente ao estudo de Hashim e Agarwal (2018), com treliças para as armaduras e sólidos para o concreto e as peças de aço. Como seria de interesse de Bahrami *et al.* (2017) investigar a concentração de tensões nas soldas, para promover possíveis ajustes em sua posterior execução, elas também foram tratadas como ele-

mentos sólidos. Além disso, visando otimizar o tempo de processamento dos modelos e evitar problemas de convergência, os pontos de integração dos elementos sólidos foram reduzidos.

Para levar em consideração a não-linearidade física dos materiais, os autores atribuíram o modelo de Mander (1983) para representar o aço, pois inclui o seu endurecimento, enquanto o comportamento pós-fissuração do concreto foi inserido por meio da curva quadrática de Hognestad modificada e do modelo *Concrete Damaged Plasticity*. Além de utilizar parâmetros da literatura em tais modelos, Bahrami *et al.* (2017) realizaram algumas simplificações, como a invariabilidade do módulo de elasticidade do concreto entre tração e compressão e a descon sideração da não-linearidade geométrica devido à sua baixa influência nos resultados.

Como também ocorreu no estudo de Hashim e Agarwal (2018), a fixação das armaduras ao consolo da ligação PC-1 por porcas e arruelas foi representada por um acoplamento dos nós das treliças aos elementos sólidos. Além disso, todas as armaduras foram tratadas com a capacidade de embutimento ao concreto, apresentando aderência perfeita. Entretanto, as interações entre os demais elementos foram consideradas somente de modo tangencial, com coeficientes de atrito equivalentes a 0,57, para superfícies de concreto pré-moldado, e 0,70 ao se envolver o material moldado *in loco* e para as interfaces aço-concreto.

Quanto às condições de contorno, foram atribuídos apoios móveis às extremidades das vigas e ao topo do pilar, enquanto todos os graus de liberdade da sua base foram restringidos. No topo do pilar, também se impôs um carregamento axial constante e uma carga lateral incremental. À vista disso e com a aplicação do método de Gauss para realizar as integrações numéricas e do método de Newton-Raphson para a solução do sistema não-linear, Bahrami *et al.* (2017) obtiveram os resultados tanto para a calibração inicial, como para as ligações propostas.

As ligações propostas promoveram deslocamentos laterais, resistências, rigidezes iniciais e fatores de ductilidade iguais a 84%, 99%, 80% e 75%, nesta ordem, dos valores de uma ligação monolítica. Como também, os três últimos foram brevemente superiores para a ligação PC-2 em relação à PC-1, por conta de seus distintos mecanismos de transferência de forças. Por conseguinte, a análise paramétrica foi realizada avaliando-se a imposição de cargas axiais aos pilares e a resistência à compressão do concreto.

Observou-se que o aumento da compressão no pilar reduziu as tensões de tração na ligação, aprimorando a sua rigidez, ductilidade e dissipação de energia. Todavia, a aplicação de tração enfraqueceu as ligações e, por isso, deve ser considerada em projetos, segundo os autores. Já o aumento da resistência à compressão do concreto (em 40%) pouco interferiu em ambos os resultados (menos de 4%). Assim, os autores concluíram que a análise numérica promoveu estimativas adequadas e aceitáveis, definindo as estruturas para os seus posteriores ensaios.

2.2.3.5 Síntese dos estudos numéricos

A aplicação de análises numéricas envolvendo ligações com consolos metálicos embutidos tem grande potencial de otimizar os estudos. As mesmas podem ser aplicadas a análises preliminares, visando definir configurações a serem estudadas experimentalmente (BAHRAMI *et al.*, 2017), ou expandindo as análises experimentais com estudos paramétricos (BARMA, 2017), partindo de sua calibração (ALMOHAGRY *et al.*, 2021), além de ainda facilitarem a comparação entre várias ligações (HASHIM; AGARWAL, 2018).

Com base nos estudos apresentados, deve-se atentar à convergência e ao custo computacional de modelagens com elementos finitos sólidos, necessários às ligações. Para atenuar tais problemáticas, pode-se reduzir os pontos de integração dos elementos e aplicar adequadas restrições e interações entre eles. Quanto às interações, nota-se uma maior influência do contato tangencial entre as peças, para o qual ainda há certa escassez de dados, exemplificada pelas adoções de coeficientes de atrito de Hashim e Agarwal (2018) e Bahrami *et al.* (2017).

Nas análises, observou-se uma tendência das modelagens numéricas desta tipologia de ligação promoverem maiores rigidezes que os modelos analíticos (ALMOHAGRY *et al.*, 2021; HASHIM; AGARWAL, 2018). Por outro lado, ao confrontá-las às estruturas monolíticas, são obtidas menores rigidezes (BAHRAMI *et al.*, 2017; HASHIM; AGARWAL, 2018). Em ambos os casos, é possível se obter uma boa representatividade de ensaios experimentais e, assim, possibilitar a expansão da compreensão do comportamento desta tipologia de ligação com as análises paramétricas, partindo-se de reduzidos dados iniciais.

2.3 LIGAÇÃO COM CONSOLO METÁLICO EMBUTIDO ESTUDADA

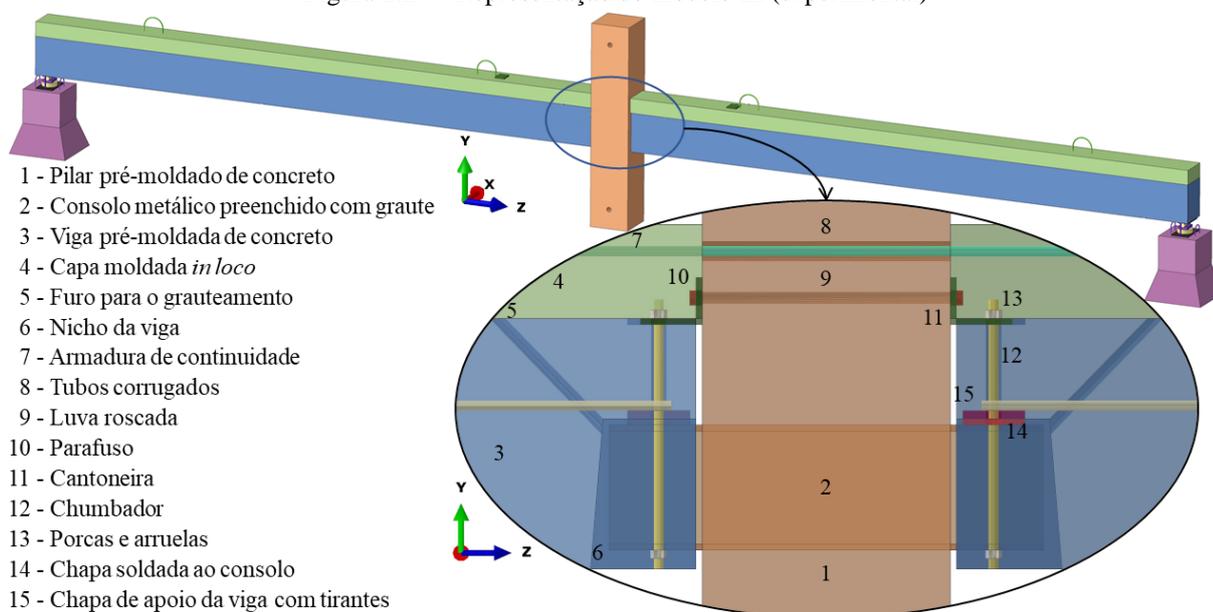
Apesar da ampla aplicação das ligações com consolo metálico embutido no exterior, seu emprego no Brasil ainda não é corrente, como constatou Bachega (2013). O autor considerou a tipologia de ligação proposta por Görgün (1997), ilustrada anteriormente na Figura 2.9b, mas substituindo as lajes alveolares por capas concretadas *in loco*. Desse modo, as cantoneiras, os chumbadores e os parafusos ilustrados na Figura 2.9b apenas se destinariam à estabilidade temporária da estrutura no estudo de Bachega (2013).

Uma vez que os dados experimentais obtidos por Bachega (2013) são considerados na modelagem numérica, pode-se apresentar de modo mais detalhado as adoções de seu estudo, como arranjos de ensaio, instrumentações e materiais, juntamente com os seus resultados, conforme os itens seguintes.

2.3.1 Arranjos dos ensaios experimentais

Para melhor compreender o comportamento das ligações com consolo metálico embutido, Bacheга (2013) considerou dois arranjos experimentais: modelo PI e modelo LI. O modelo PI representou uma análise inicial da interação entre o pilar pré-moldado de concreto e o consolo retangular vazado preenchido com graute. O pilar foi confeccionado com o consolo metálico em sua fôrma, estando este perfil já grauteado internamente para evitar instabilidades locais. Por outro lado, o modelo LI adicionou as vigas e os aparelhos de apoio, ambos pré-moldados de concreto, a capa de concreto moldada *in loco*, as armaduras de continuidade e as demais peças metálicas, conforme esquematizado na Figura 2.24.

Figura 2.24 – Representação do modelo LI (experimental)



Fonte: Elaborado pela autora.

O comprimento final do modelo LI totalizou 12,8 m, uma vez que cada viga apresentava 598 cm de comprimento, além de uma seção transversal de 40 cm de altura e 30 cm de largura. Acima das vigas, foram concretadas as capas de 15 cm de altura. O pilar apresentava seção quadrada de 40 cm de lado e 210 cm de altura, enquanto o consolo totalizou 20 cm de altura, 10 cm de largura, 1 cm de espessura e 70 cm de comprimento, apresentando bordas livres (em relação ao pilar) de 15 cm de comprimento.

Para a melhor acomodação das vigas sobre o consolo, foram inseridas chapas de apoio em ambos, porém, como o modelo PI não englobava as vigas, tais chapas se destinaram ao apoio das células de carga neste arranjo. No modelo LI ainda foram soldados tirantes de 16 mm de diâmetro às chapas de apoio das vigas, conforme o detalhe da Figura 2.24. Também se des-

tacam na Figura 2.24 as peças destinadas à estabilidade temporária da estrutura (itens 9 a 13), as armaduras de continuidade (16 mm de diâmetro) e as folgas de 1 cm entre as vigas e o pilar, que foram preenchidas *in loco* com graute, junto às demais lacunas da ligação. Contudo, tal grauteamento ocorreu de modo parcial em prática, como ilustra a Figura 2.25, o que impossibilitou o desenvolvimento de tensões de compressão sob o consolo, por exemplo.

Figura 2.25 – Preenchimentos parciais com graute sob o consolo metálico (vista inferior)



Fonte: Bacheга (2013).

Além disso, as extremidades das vigas opostas ao pilar foram apoiadas sobre elementos pré-moldados de concreto, que englobavam almofadas de elastômero (Neoprene) de 1 cm de espessura e rótulas unidirecionais. Para evitar o tombamento das vigas em relação ao seu próprio eixo, os chumbadores destes apoios (16 mm de diâmetro) foram acomodados em furos nas vigas, os quais foram posteriormente preenchimentos com areia molhada, visando isolar os chumbadores sem impor restrições adicionais ao arranjo.

2.3.2 Materiais dos elementos dos ensaios experimentais

O consolo e as chapas metálicas constituíram-se do aço ASTM A36, enquanto o aço CA-50 foi aplicado às armaduras, com exceção dos chumbadores, em que o aço AISI 1045 foi considerado. Além das peças metálicas, o modelo LI ainda incluiu almofadas de Neoprene em seus aparelhos de apoio, porém apenas foram ensaiados corpos de prova das peças de concreto. Assim, Bacheга (2013) determinou as resistências médias à compressão (f_{cm}) para pilares, vigas, capa e graute, e os módulos de elasticidade médios (E_{cm}) para os três primeiros, conforme indicado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Propriedades dos concretos aplicados ao estudo experimental

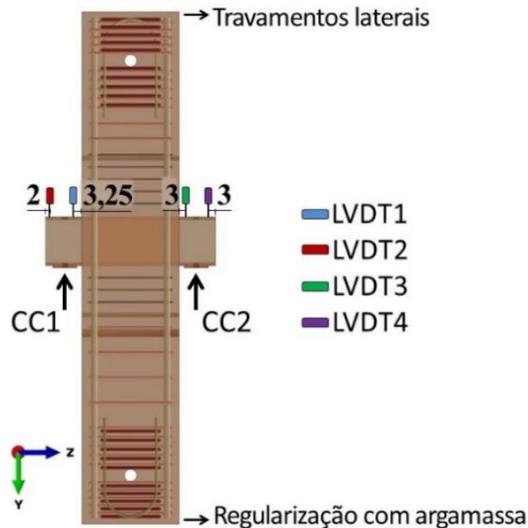
Elemento	f_{cm} (MPa)	E_{cm} (MPa)
Pilar – modelo PI	34,4	-
Pilar – modelo LI	50,9	38256
Vigas	45,4	37595
Capa	34,9	29521
Graute	55,1	-

Fonte: Bachega (2013).

2.3.3 Instrumentação dos ensaios experimentais

O modelo PI foi ensaiado com o pilar verticalmente invertido, por questões práticas. Para tanto, a sua base foi regularizada com argamassa e o seu topo foi travado lateralmente pelo pórtico de ensaio. Os deslocamentos dos trechos livres do consolo foram aferidos acima do mesmo, com auxílio de transdutores (LVDT) com capacidades de 25 e 50 mm, enquanto o carregamento monotônico foi aplicado em sentido ascendente pelas células de carga (CC1 e CC2) às chapas metálicas, como esquematizado na Figura 2.26. Apesar de cada célula de carga ser limitada à 1000 kN, o ensaio do modelo PI foi encerrado com o alcance de 350 kN em cada, por conta de restrições dos pórticos de ensaio.

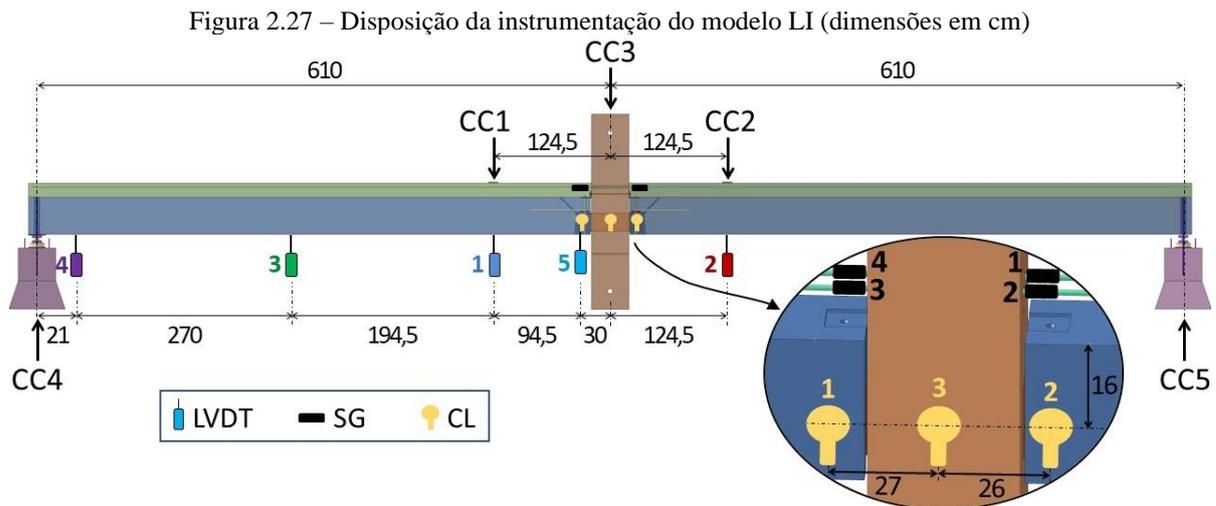
Figura 2.26 – Esquema de ensaio do modelo PI (dimensões em cm)



Fonte: Elaborado pela autora.

Já o modelo LI foi ensaiado em sua devida posição. A base do pilar foi fixada como no modelo PI, enquanto a estabilidade de seu topo foi garantida pela imposição de um carregamento inicial de compressão por meio de CC3 (capacidade de 500 kN). Após isso, o carregamento monotônico foi imposto às vigas por CC1 e CC2, enquanto as reações de apoio foram mensuradas por CC4 e CC5, não incluindo os pesos próprios. O posicionamento das células de

carga é ilustrado na Figura 2.27, junto aos clinômetros (CL1 a CL3), extensômetros elétricos (SG 1 a SG 4) e transdutores (LVDT 1 a LVDT 5). Os primeiros se destinaram a mensurar os giros entre os elementos (até 5°), enquanto os segundos aferiram as deformações das armaduras de continuidade, com capacidade de 5 mm, e os últimos registraram os deslocamentos verticais das vigas (LVDT 1 a LVDT 4) e do consolo (LVDT 5), limitando-se a 50 mm.



Fonte: Elaborado pela autora.

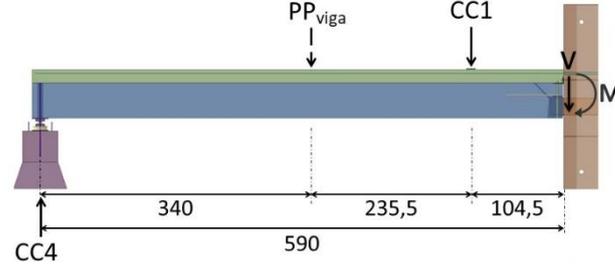
Pode-se observar na Figura 2.27 que LVDT1 e LVDT2 foram dispostos com a mesma distância das faces dos pilares, mas em distintas vigas, em um detalhamento simétrico. Todavia, devido a questões práticas dos ensaios experimentais, pode-se esperar respostas assimétricas entre tais transdutores, assim como os extensômetros elétricos. Também se ressalta que os demais instrumentos utilizados no estudo experimental não foram aqui apresentados devido a interferências em suas medições e ao próprio escopo do presente estudo.

De modo análogo ao modelo PI, a análise dos transdutores cessou antes de sua capacidade máxima nominal (50 mm). Porém, desta vez o término das medições decorreu do fornecimento de valores nulos e com sinais invertidos, após o alcance de um determinado nível de carregamento, como abordado no item 2.3.4. Esta situação também foi observada para os extensômetros elétricos, enquanto as demais medições permaneceram funcionais até o encerramento do ensaio (reações de apoio e giros).

O momento fletor (M) e o esforço cortante (V) podem ser estimados analiticamente por meio das Equações (29) e (30), respectivamente, as quais estão calibradas em kNcm e seguem o esquema da Figura 2.28 (referência à face do pilar). Para tanto, Bachega (2013) atribuiu um valor de 12,6 kN ao peso próprio da viga (PP_{viga}), considerando-o apenas na estimativa de V . O autor justificou a exclusão de PP_{viga} no cálculo de M com base na sequência construtiva do ensaio, em que a viga foi apoiada sobre o consolo metálico inicialmente e, somente depois, a

capa foi concretada. Logo, o momento fletor devido ao PP_{viga} já havia atuado antes da capa ser confeccionada. Por fim, o cálculo dos esforços para a viga oposta se daria de modo análogo.

Figura 2.28 – Esforços solicitantes no modelo LI (dimensões em cm)



Fonte: Elaborado pela autora.

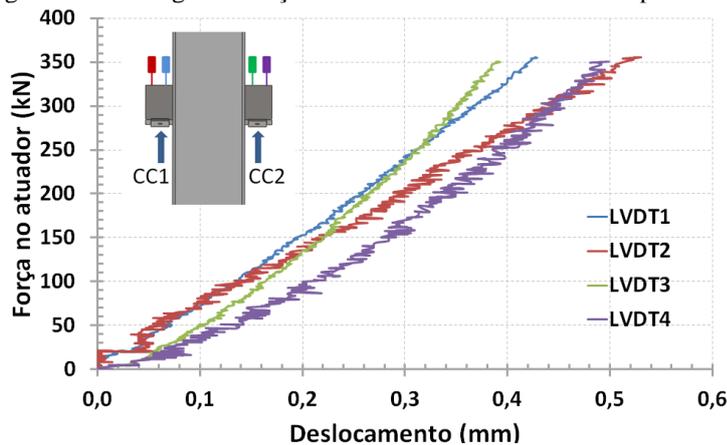
$$M = 590,0 \cdot CC4 - 104,5 \cdot CC1 \quad (29)$$

$$V = CC1 - CC4 + 12,6 \quad (30)$$

2.3.4 Resultados experimentais

Como apresentado no item 2.3.3, o ensaio do modelo PI foi encerrado com o alcance de 350 kN em cada célula de carga. Por se tratar de uma análise inicial de seu estudo, Bacheга (2013) obteve somente o diagrama força-deslocamento ilustrado na Figura 2.29, tendo em vista os deslocamentos mensurados nos trechos livres do consolo (Figura 2.26). A influência das acomodações do ensaio também pode ser observada na Figura 2.29. Ainda se destaca que neste intervalo não foram observadas fissuras no concreto.

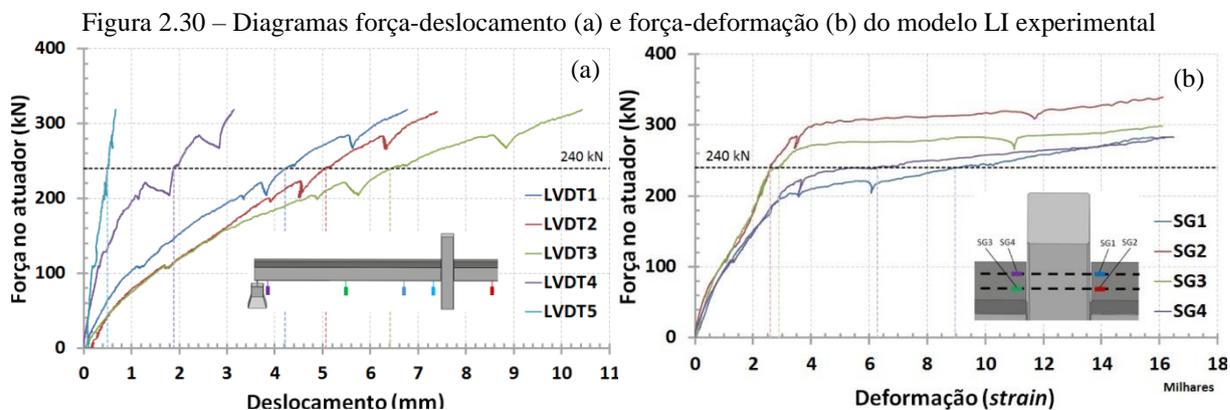
Figura 2.29 – Diagrama força-deslocamento do modelo PI experimental



Fonte: Bacheга (2013).

No entanto, no ensaio do modelo LI, foram obtidas fissuras inferiores à 0,3 mm até o alcance de 240 kN em cada célula de carga. Após tal valor, as fissuras se intensificaram, juntamente com as deformações das armaduras de continuidade, cujos escoamentos se iniciaram entre 200 kN e 250 kN. As Figuras 2.30a e 2.30b mostram os deslocamentos dos elementos e

as deformações destas armaduras, nesta ordem, com relação às respectivas células de carga (instrumentos à esquerda do pilar com CC1 e à direita com CC2). Recorda-se que as medições destas grandezas se encerraram antes do fim do ensaio (item 2.3.3).



Por conta da prescrição da NBR 6118 (ABNT, 2014) sobre as aberturas de fissuras, a carga de serviço foi tomada como 240 kN por Bachega (2013), como destacado na Figura 2.30, apesar do autor sugerir sua ocorrência prévia na interface viga-pilar. Na Figura 2.30 também se observaram distintas respostas de LVDT1 e LVDT2, bem como dos extensômetros elétricos, mesmo com o detalhamento simétrico. Este comportamento decorre das imprecisões práticas dos ensaios experimentais, seja na locação de peças e instrumentos ou nos próprios materiais.

A transferência de momentos fletores no modelo LI pelas armaduras negativas e a restrição à rotação geraram concentrações de tensões que excederam a resistência da capa de concreto na região da ligação, a qual rompeu por cisalhamento sob uma força cortante de 470 kN, segundo a Figura 2.31a. Tal ruptura poderia ser evitada com a adição de estribos sobre o consolo e com o aumento do diâmetro das armaduras negativas. Bachega (2013) ainda observou que a proximidade dos pontos de aplicação das cargas às ligações promoveu uma maior absorção de esforço cortante, evidenciada pelas fissuras de cisalhamento neste trecho nas vigas, enquanto em seu comprimento restante foram obtidas fissuras de flexão (Figura 2.31b).

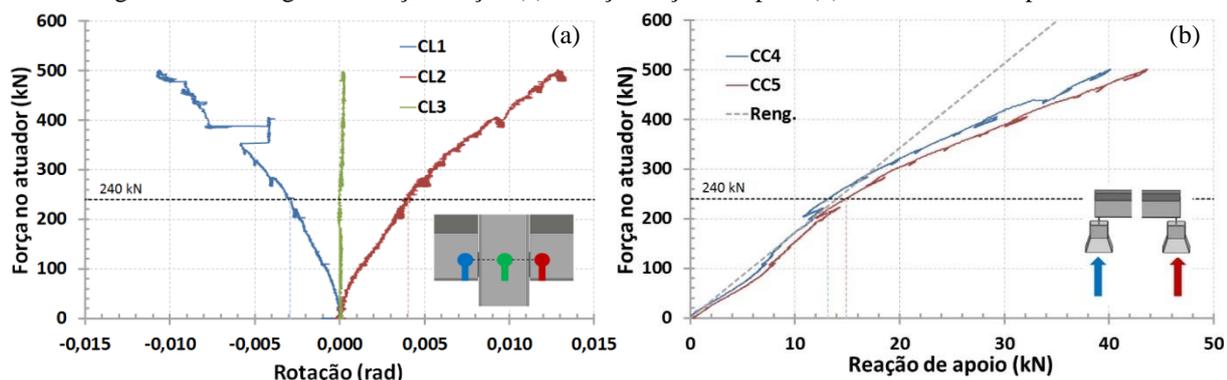
Figura 2.31 – Ruptura da capa por cisalhamento (a) e fissuração da viga por cisalhamento e flexão (b)



Fonte: Bachega (2013).

No instante da ruptura por cisalhamento da capa no modelo LI, as reações de apoio totalizaram 40,2 kN e 43,7 kN, no apoio da viga à esquerda do pilar e à direita, respectivamente. As Figuras 2.32a e 2.32b exibem as relações entre as forças aplicadas por cada célula de carga às rotações dos elementos e às reações de apoio, respectivamente. Com relação às reações de apoio, Bachega (2013) ainda as confrontou à situação de engastamento perfeito da ligação viga-pilar, representada na Figura 2.32b por “Reng”.

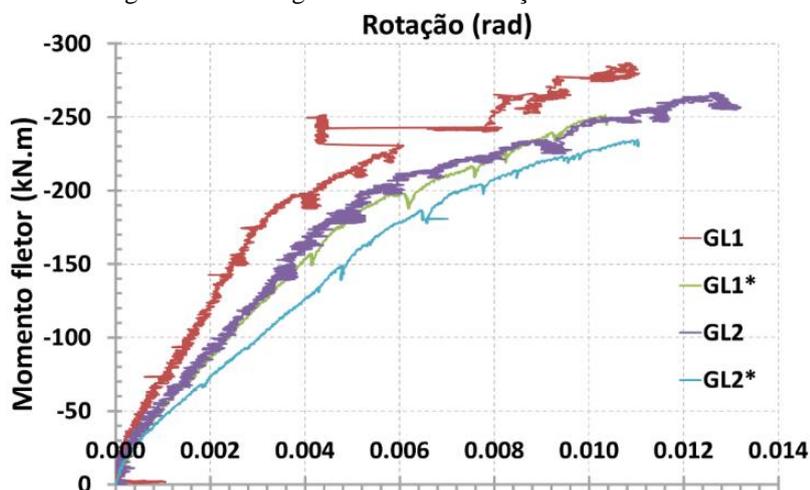
Figura 2.32 – Diagramas força-rotação (a) e força-reação de apoio (b) do modelo LI experimental



Fonte: Bachega (2013).

Todavia, já a partir de um carregamento de 350 kN, foi identificado o descolamento da capa de concreto, promovendo uma descontinuidade nas rotações na Figura 2.32a e nos diagramas momento-rotação da ligação, ilustrados na Figura 2.33. As curvas GL1 e GL2 se referem às vigas à esquerda e à direita do pilar, respectivamente, cujas rotações foram mensuradas com os clinômetros. Em contrapartida, as curvas GL1* e GL2* resultaram de transdutores horizontais, cujas aferições apresentaram interferências com a propagação das fissuras no ensaio.

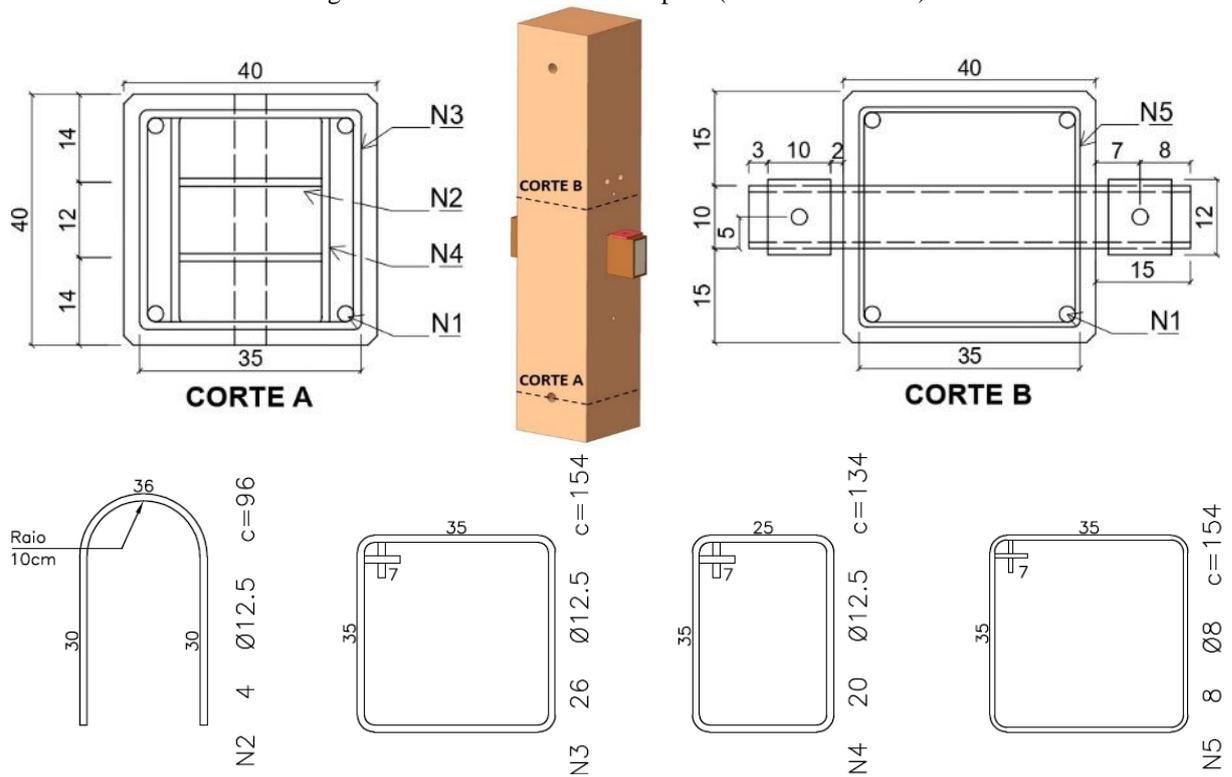
Figura 2.33 – Diagrama momento-rotação no modelo LI



Fonte: Adaptado de Bachega (2013).

Por fim, destaca-se que as rigidezes das ligações não foram determinadas de modo experimental, por conta de uma interferência das almofadas de elastômero nos resultados das ligações viga-pilar, devido à proximidade de seu comportamento com molas, conforme indicado por Bacheга (2013). Como alternativa, o autor avaliou, apenas, que as ligações com consolo metálico embutido se classificariam como rígidas para a carga de serviço (240 kN), segundo o sistema de Ferreira, El Debs e Elliott (2002).

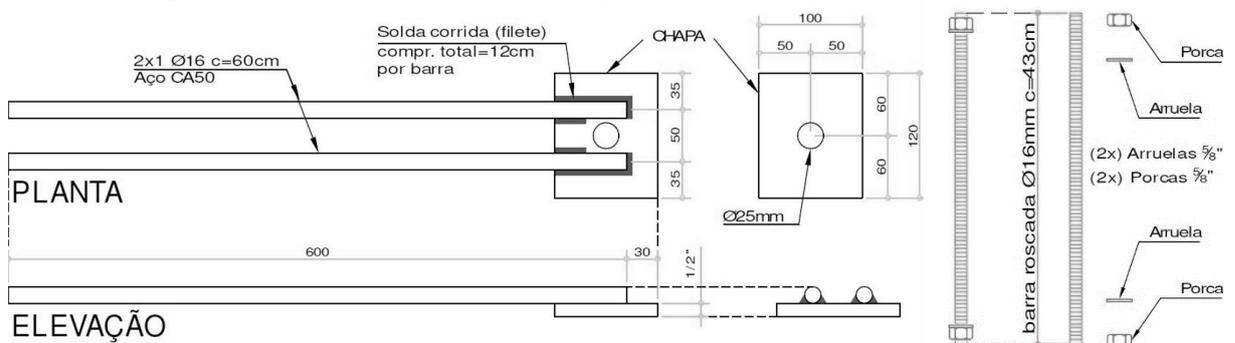
Figura 3.2 – Cortes e estribos do pilar (dimensões em cm)



Fonte: Adaptado de Bacheaga (2013).

No modelo LI, além das chapas metálicas soldadas ao consolo, também foram incluídas chapas de apoio nas vigas, às quais foram soldados tirantes de 16 mm de diâmetro, conforme o detalhamento da Figura 3.3. Os furos de 25 mm de diâmetro destas chapas se destinaram à acomodação dos chumbadores, que apresentavam 16 mm de diâmetro, como também detalhado na Figura 3.3. Dessa forma, foi necessário preencher as folgas existentes com graute, o que também ocorreu nos furos do pilar no modelo LI.

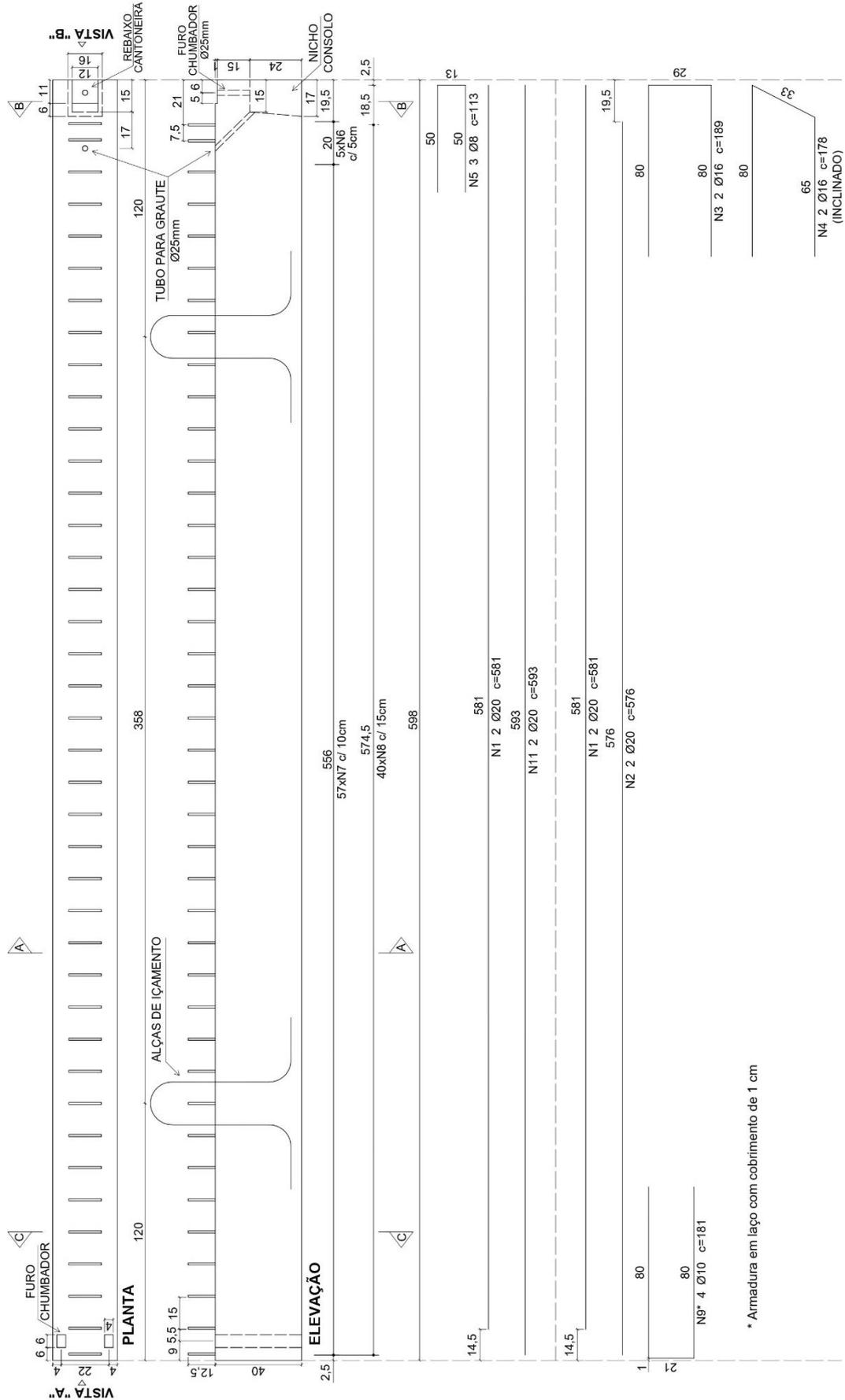
Figura 3.3 – Detalhamento das chapas de apoio e dos chumbadores (dimensões em mm)



Fonte: Bacheaga (2013).

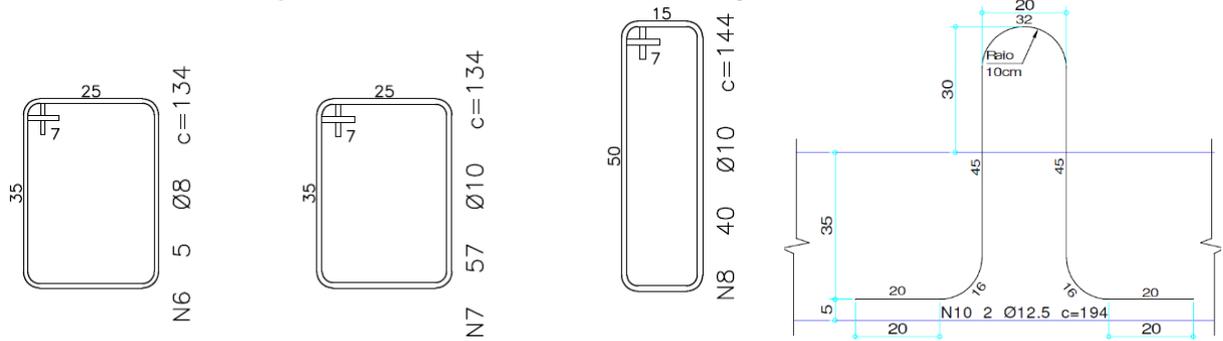
Similarmente aos chumbadores, as armaduras de continuidade contavam com diâmetros de 16 mm, estando inseridas nas capas de concreto (15 cm de altura). A acomodação destas armaduras foi auxiliada por estribos das vigas, cujo detalhamento segue nas Figuras 3.4 a 3.6.

Figura 3.4 – Vistas em planta e elevação das vigas (dimensões em cm)



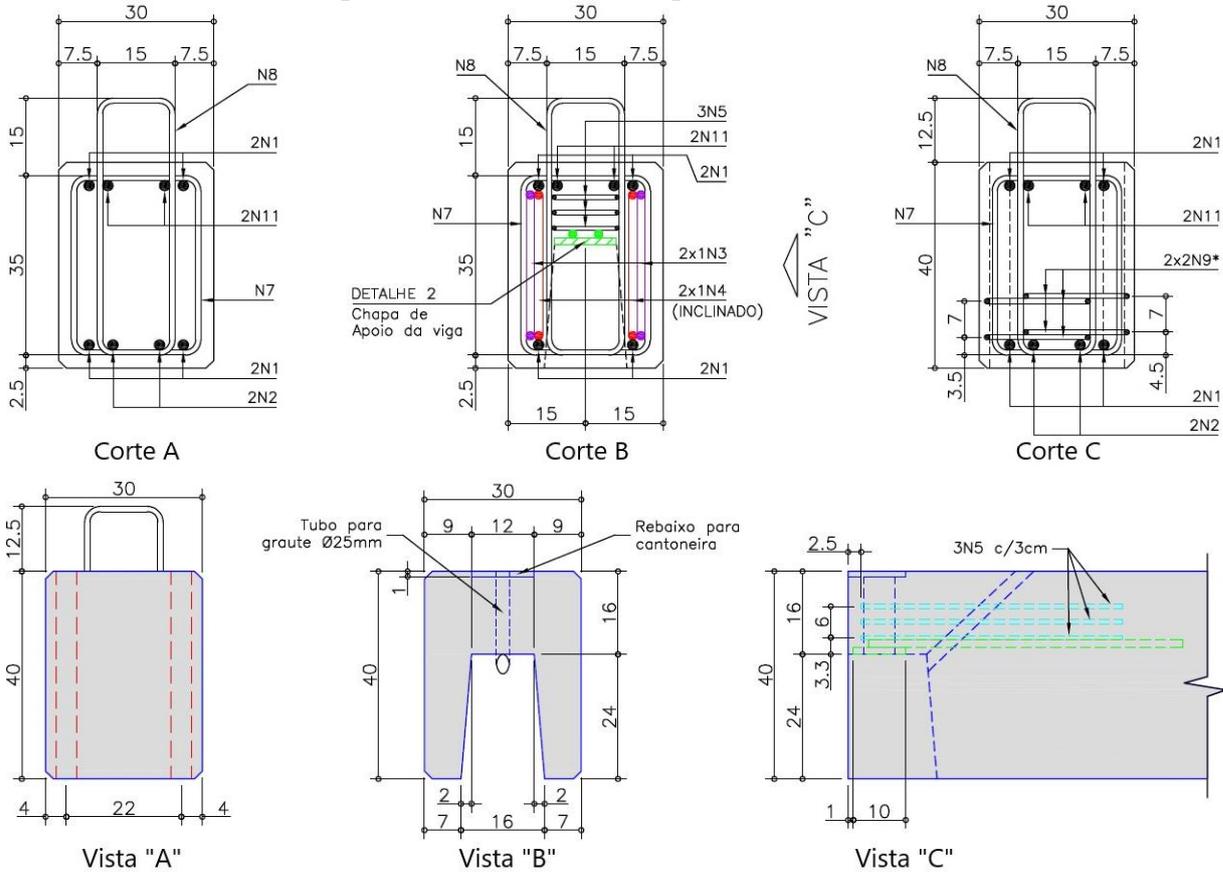
Fonte: Adaptado de Bachega (2013).

Figura 3.5 – Detalhamento dos estribos da viga (dimensões em cm)



Fonte: Bachega (2013).

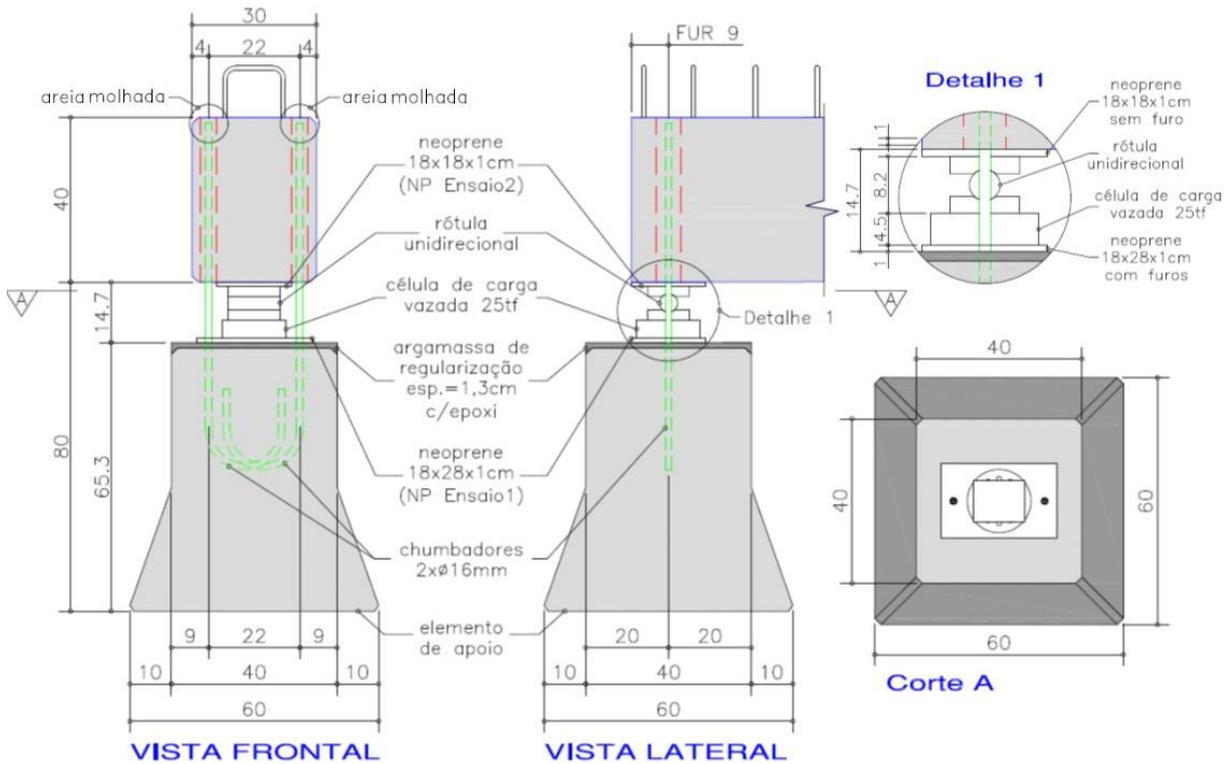
Figura 3.6 – Cortes e vistas da viga (dimensões em cm)



Fonte: Bachega (2013).

Além dos nichos destinados ao consolo, ao chumbador, à cantoneira e à inserção do graute, a Figura 3.4 ainda realça os furos da acomodação dos chumbadores nos aparelhos de apoio, também destacados no Corte C e na Vista “A” da Figura 3.6. Ressalta-se que estes furos não foram preenchidos com graute, inserindo-se somente areia molhada para isolar os chumbadores. Os aparelhos de apoio foram detalhados na Figura 3.7 sem abordar as suas armaduras, uma vez que não são consideradas no presente estudo visando reduzir o custo computacional do modelo numérico. Esta adoção é melhor detalhada no item 3.2.1, juntamente com as demais simplificações do modelo numérico com relação aos arranjos experimentais.

Figura 3.7 – Detalhamento do aparelho de apoio (dimensões em cm)



Fonte: Adaptado de Bachega (2013).

3.2 MODELO NUMÉRICO

Para auxiliar a resolução do problema numérico por meio do MEF, pode-se utilizar programas computacionais, atribuindo-se, para tanto, simplificações e aproximações que viabilizem a solução de seus sistemas de equações diferenciais, diante dos recursos disponíveis. Assim, neste estudo é manuseado o *software* Abaqus 2021[®], tal qual efetuado nos trabalhos de Bahrami *et al.* (2017) e Almohagry *et al.* (2021).

A definição do modelo numérico ocorre em uma etapa de pré-processamento, visando obter uma representação matemática do problema físico (KIM; SANKAR, 2011). Neste sentido, o uso do *software* Abaqus 2021[®] favorece sua elaboração, uma vez que é subdividido em módulos. O primeiro módulo é intitulado *Part*, em que as geometrias das peças são definidas, de modo independente. Em seguida, o módulo *Property* trata dos modelos constitutivos que visam representar o comportamento dos materiais do problema. Porém, a incorporação das peças ao conjunto só ocorre no módulo *Assembly* (DASSAULT SYSTÈMES, 2015).

Posteriormente, no módulo *Step* são definidas as etapas de análise, com a delimitação de seus incrementos e das variáveis de interesse. Todavia, no módulo *Interaction*, as interações e as restrições aos graus de liberdade são atribuídas. As condições de contorno em deslocamento

e carregamento são impostas no módulo *Load*, enquanto no módulo *Mesh*, a malha de elementos finitos é discretizada e suas tipologias são atribuídas. Em seguida, o módulo *Optimization* propicia a otimização topológica do modelo, não estando no escopo do presente estudo. Logo, finaliza-se a etapa de pré-processamento, podendo-se, então, realizar a análise no módulo *Job* e o pós-processamento no módulo *Visualization* (DASSAULT SYSTÈMES, 2015).

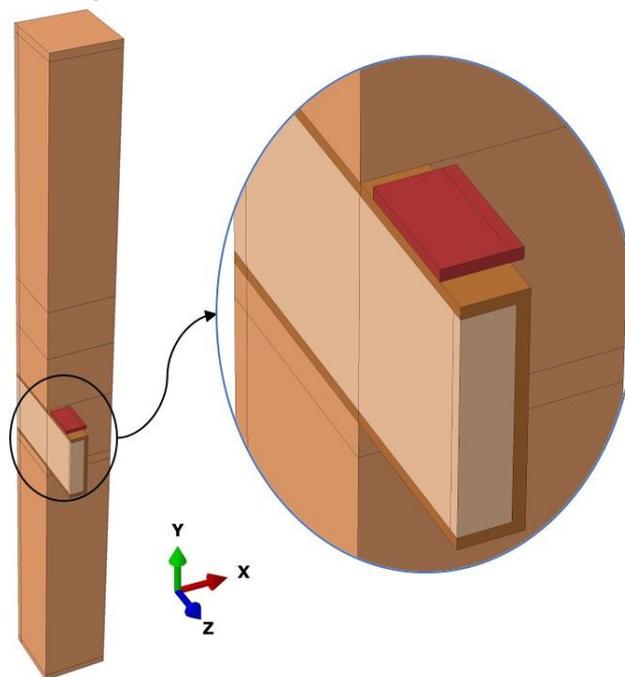
Com base na breve descrição acima e no estudo experimental de Bachea (2013), pode-se confeccionar a modelagem numérica do presente estudo, definindo a geometria, os tipos de elementos finitos, a discretização de sua malha, as condições de contorno, as interações e os modelos constitutivos, conforme os próximos itens.

3.2.1 Geometria dos modelos numéricos

Devido às complexidades envolvidas na concepção de ligações com consolo metálico embutido por meio de modelagens numéricas, como o próprio embutimento e a disposição de vários contatos entre interfaces, optou-se por abordagens tridimensionais, tal como efetuado por Bahrami *et al.* (2017), Barma (2017), Almohagry *et al.* (2021) e Hashim e Agarwal (2018). Para a atribuição gradual das complexidades ao modelo numérico e à avaliação de seus erros, considerou-se o modelo PI inicialmente, cuja geometria se encontra ilustrada na Figura 3.8. As disposições das peças foram mantidas consistentes às Figuras 3.1 e 3.2, mas as seguintes simplificações foram realizadas, visando otimizar o seu tempo de processamento:

- a) Os furos destinados aos tubos corrugados, às luvas roscadas e aos chumbadores foram desprezados, já que não foram requisitados no ensaio do modelo PI;
- b) As armaduras (N2 e N4) e os furos destinados somente ao içamento, nas extremidades do pilar, também não foram abordados, uma vez que não integram a região da ligação, além de que a etapa de montagem da estrutura não é analisada neste estudo;
- c) Os estribos do pilar (N3 e N5) foram simplificados com a suavização de seus raios por meio de cantos de 90° (arestas vivas);
- d) A dupla simetria do problema (planos xy e yz) foi ponderada, apesar de não haver uma perfeita simetria em ensaios experimentais devido às suas imprecisões e incertezas características.

Figura 3.8 – Geometria do modelo numérico PI

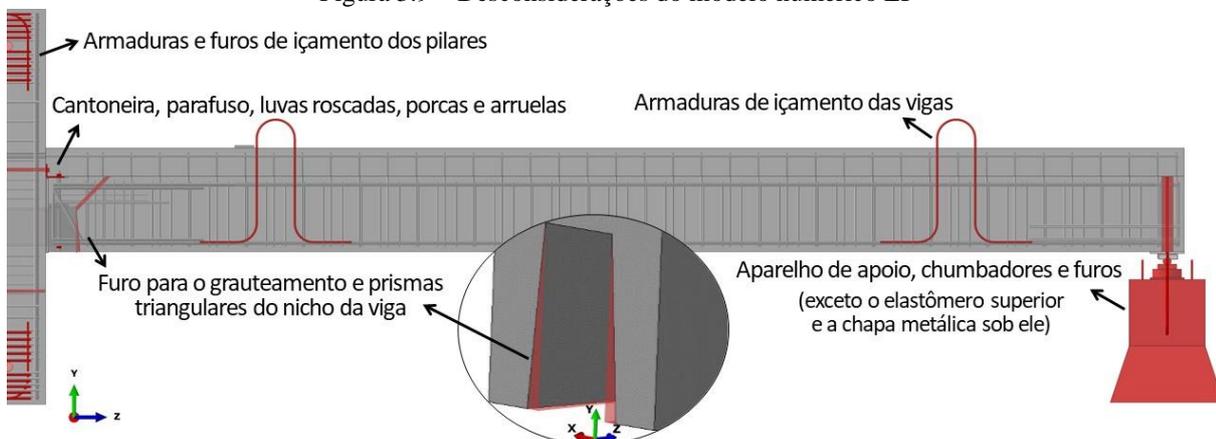


Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 3.8, as repartições dos elementos se associam às interações, às condições de contorno e à discretização da malha de elementos finitos, tratadas *a posteriori*, bem como no modelo LI, o qual também abordou a dupla simetria, dada a sua considerável extensão.

Para o modelo LI, novamente buscou-se respeitar os detalhes das Figuras 3.1 a 3.6, mas algumas simplificações também foram requeridas, como a manutenção dos estribos com arestas vivas e a desconsideração de furos e armaduras relativas ao içamento dos elementos. Com o intuito de facilitar a identificação das simplificações do modelo numérico LI, em relação à desconsideração de detalhes originais do ensaio experimental, confeccionou-se a Figura 3.9, já abordando as simetrias.

Figura 3.9 – Desconsiderações do modelo numérico LI



Fonte: Elaborado pela autora.

Além das simplificações já citadas, na Figura 3.9 se destaca a desconsideração da cantoneira, de seu rebaixo na viga e de sua fixação ao pilar por meio de parafusos e luvas roscadas, já que somente visavam à estabilidade temporária da ligação (não abordada neste estudo). Além disso, tais peças atribuem potenciais dificuldades à montagem do conjunto, tendo em vista as tolerâncias e as folgas dos elementos pré-moldados, como ocorreu no próprio ensaio de Bachega (2013), em que tal fixação não pôde ser totalmente efetiva (Figura 3.10).

Figura 3.10 – Detalhe da fixação não efetiva da cantoneira ao pilar



Fonte: Bachega (2013).

Como o chumbador foi efetivamente inserido ao ensaio de Bachega (2013), também foi contemplado no modelo numérico. Todavia, por conta de sua relação à estabilidade temporária do conjunto, admitiu-se a simplificação de aderência perfeita aos elementos em que estava inserido, dispensando a confecção de seu furo. Esta adoção contribuiu para a distribuição da malha, que também é favorecida pela substituição das porcas e arruelas por restrições aos graus de liberdade, como efetuado por Hashim e Agarwal (2018) e Bahrami *et al.* (2017). Uma vez que o plano de simetria YZ coincide com o centro geométrico do chumbador, optou-se por mantê-lo centralizado a este plano com a seção transversal original, ressaltando que a variação desta não promoveu alterações nas respostas do modelo numérico.

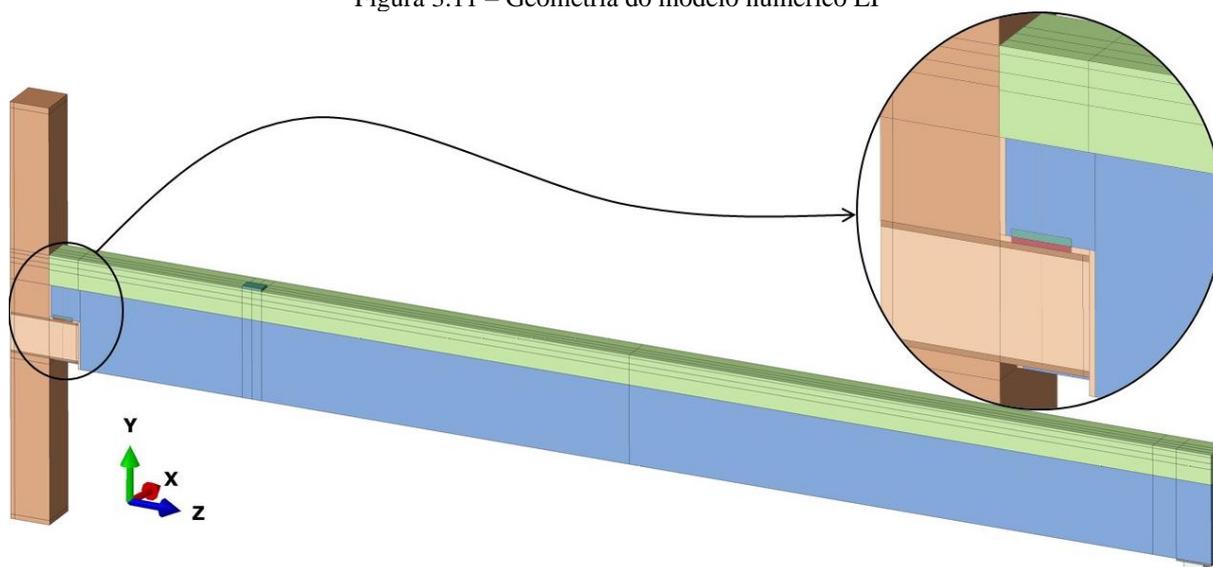
Também visando favorecer a discretização da malha de elementos finitos, o tubo de inserção do graute foi simplificado como o próprio concreto da viga, de modo monolítico. Além disso, o nicho da viga que antes era trapezoidal nos planos XY e YZ da Figura 3.9, foi tratado como retangular, por meio de um prolongamento da viga. Mesmo assim, as folgas de 10 mm entre a viga e o consolo nas direções X e Y foram mantidas, juntamente com a folga viga-pilar, inserindo-se elementos de graute. Todavia, devido à parcialidade do grauteamento do ensaio, já ilustrado na Figura 2.25, estes elementos não foram inseridos abaixo e nas laterais do consolo.

No ensaio, os furos relacionados ao apoio da viga na extremidade oposta ao pilar receberam os chumbadores dos elementos de apoio, com um posterior preenchimento com areia

molhada. Porém, como tal ligação não é foco deste estudo, e estes chumbadores somente se destinaram a evitar o tombamento do conjunto, reduziu-se a aparelhagem de apoio à almofada de elastômero superior (10 mm de espessura) apoiada sobre uma chapa metálica (41 mm de espessura). As condições de contorno foram impostas à última, cuja espessura visou representar o centro de giro da rótula experimental (Figura 3.7), mantendo-se as dimensões em planta informadas por Bachega (2013): 100 mm na direção Z e 125 mm na direção X (62,5 mm com a simetria do plano YZ).

Além das desconSIDERAÇÕES, também foi necessário assumir as dimensões da chapa em que a célula de carga foi alocada como idêntica à chapa de apoio da viga, devido à ausência de informações. Por fim, a armadura de continuidade foi estendida até as extremidades da viga e do pilar, sem ponderar os cobrimentos, para auxiliar na discretização da malha, mas foi aplicada a aderência perfeita nestas regiões (item 3.2.4). A geometria final do modelo LI inserida no *software* Abaqus 2021[®] se encontra na Figura 3.11.

Figura 3.11 – Geometria do modelo numérico LI



Fonte: Elaborado pela autora.

3.2.2 Modelos constitutivos

Os modelos constitutivos visam aproximar, matematicamente, o comportamento dos materiais por meio de suas relações tensão-deformação, segundo Luccioni (1993), viabilizando a consideração da não linearidade física. Assim, cada programa computacional apresenta particularidades quanto a atribuição destes modelos, as quais são brevemente discutidas para o Abaqus 2021[®] (DASSAULT SYSTÈMES, 2015), tendo em vista os materiais utilizados.

3.2.2.1 Peças metálicas

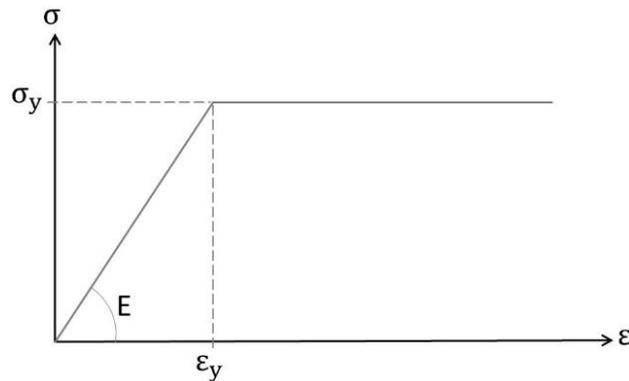
Conforme já abordado, em decorrência da ausência de ensaios das peças metálicas do estudo de Bachega (2013), aplicam-se valores nominais. Todavia, estes se referem a tensões (σ) e deformações (ε) de engenharia, baseadas na área inicial dos corpos de prova, enquanto o Abaqus 2021[®] demanda valores reais (atuais) para a definição da plasticidade de materiais dúcteis (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Assim, para converter as tensões (σ_{real}), pode-se basear na Equação (31), disposta no Eurocode 3 (*Europäische Norm* – EN 1993-1-4, 2006).

$$\sigma_{real} = \sigma \cdot (1 + \varepsilon) \quad (31)$$

Isto posto, atribui-se o modelo elastoplástico perfeito, ilustrado na Figura 3.12, em que não há endurecimento, restringindo o suporte dos esforços à própria tensão de escoamento (σ_y). Arelado a ele, tem-se o critério de plastificação de Von Mises, muito aplicado aos materiais dúcteis, em que o comportamento à tração equivale à compressão (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Ressalta-se que podem ser obtidas tensões principais (σ_1 , σ_2 e σ_3) superiores à σ_y , desde que respeitada a relação da Equação (32), conforme Yu e Xue (2022).

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \leq 2 \cdot \sigma_y \quad (32)$$

Figura 3.12 – Modelo constitutivo dos aços



Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, para a inserção dos materiais no *software* são requeridos os coeficientes de Poisson (ν) e os módulos de elasticidade (E). Além disso, com auxílio da Lei de Hooke, determina-se a deformação referente ao escoamento (ε_y) e, com ela, a tensão de escoamento real ($\sigma_{y,real}$), também demandada como parâmetro de entrada. Logo, os dados de cada peça metálica se encontram na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Parâmetros de entrada dos aços nos modelos numéricos

Material	Elemento	σ_y (MPa)	E (GPa)	ϵ_y (‰)	$\sigma_{y,real}$ (MPa)	ν
CA-50 ¹	Armaduras	500	200	2,38	501,19	0,30
ASTM A36 ²	Consolo, chapa soldada ao consolo e chapa de apoio da viga	250	210	1,25	250,31	0,26
AISI 1045 ³	Chumbador	585	206	2,84	586,66	0,29

Fonte: ¹EN 1992-1-1 (2004), ²American Society for Testing and Materials - ASTM (2014) e ³MatWeb (2022).

Destaca-se que as deformações reais não foram ilustradas por não serem parâmetros de entrada, já que somente as deformações inelásticas são requisitadas pelo *software* Abaqus 2021[®], ou seja, apenas seriam requisitadas as diferenças entre as deformações após o escoamento e a deformação no próprio escoamento ϵ_y (sendo nula para o modelo elastoplástico perfeito). Por fim, a chapa de carregamento e a peça metálica em que o elastômero se apoia, apesar de também serem constituídas pelo aço ASTM A36, foram inseridas sem considerar a plastificação.

3.2.2.2 Almofadas de elastômero (Neoprene)

Em virtude da ausência de ensaios experimentais acerca das almofadas de elastômero do estudo de Bacheга (2013), novamente é necessário realizar simplificações. Dada a grande variedade de seus parâmetros de entrada, optou-se por considerar o modelo constitutivo abordado por Rezende (2020), uma vez que o material estudado também se enquadrava no contexto das empresas brasileiras.

Os elastômeros são caracterizados por desenvolverem grandes deformações sob reduzidos carregamentos, ou seja, apresentam módulos de elasticidade ínfimos, conforme o manual do Abaqus[®] (DASSAULT SYSTEMES, 2015). Tal manual alerta sobre a sensibilidade numérica e a dificuldade de convergência relacionadas aos elastômeros, as quais decorrem de sua quase incompressibilidade (ν próximos à 0,5) e de sua flexibilidade cisalhante ser notavelmente maior do que sua compressibilidade. A própria mensuração dos módulos de elasticidade destes materiais exprime grande dificuldade, segundo Ferreira (1999), já que se associa a vários fatores, como: propriedades físicas, geometria, rugosidade das superfícies, tensão normal, temperatura e velocidade do carregamento.

Como alternativa, Rezende (2020) e Chaves (2021) abordaram os modelos constitutivos hiperelásticos, que ainda se enquadram como elásticos por retratarem materiais resilientes, mas se fundamentam no potencial de energia de deformação, conforme Dassault Systèmes (2015).

O manual indica que são adotadas as hipóteses de isotropia e não-linearidade física, além da instantaneidade das respostas elásticas, características dos elastômeros. Devido às grandes deformações, também se requer a inclusão da não-linearidade geométrica do modelo.

Os modelos hiperelásticos são retratados de modo fenomenológico ou micromecânico, conforme Rezende (2020), em que o primeiro se baseia em ensaios experimentais e o último, na mecânica estatística. Focando nos modelos fenomenológicos, Rezende (2020) verificou uma maior proximidade do modelo de Yeoh aos seus resultados experimentais, com um menor custo computacional, já que considera somente o primeiro invariante do tensor de alongamento de Cauchy-Green (\bar{I}_1). Em Dassault Systèmes (2015) é destacado que a abordagem dos invariantes se viabiliza pela hipótese de isotropia, de modo que \bar{I}_1 segue a Equação (33), em que $\bar{\lambda}_1$, $\bar{\lambda}_2$ e $\bar{\lambda}_3$ representam os alongamentos principais já sob a condição de incompressibilidade.

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2 \quad (33)$$

Já o potencial de energia de deformação (W) é definido para o modelo de Yeoh conforme a Equação (34), que contempla 3 termos (N) em geral, segundo Rezende (2020). Nesta, C_{i0} se refere às constantes do material, D_k à constante de compressibilidade do volume e J_{el} à razão elástica de volume. Estas variáveis, assim como os alongamentos, são determinadas por meio de ensaios uniaxiais, biaxiais, volumétricos e planos, tanto à compressão como à tração. Dessa forma, também se torna possível calcular o módulo de cisalhamento inicial (μ_0) e o módulo volumétrico inicial (k_0), com auxílio das Equações (35) e (36), respectivamente.

$$W = \sum_{i=1}^N C_{i0} \cdot (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} (J_{el} - 1)^{2k} \quad (34)$$

$$\mu_0 = 2 \cdot C_{10} \quad (35)$$

$$k_0 = \frac{2}{D_1} \quad (36)$$

A partir da razão de μ_0 e k_0 , o *software* Abaqus 2021[®] avalia a compressibilidade relativa dos elastômeros com a Equação (37), que determina o coeficiente de Poisson. Recordase que os notáveis valores de ν , característicos dos elastômeros, atribuem sensibilidade numérica aos graus de liberdade de compressibilidade dos elementos finitos sólidos, uma vez que pequenos deslocamentos promovem grandes alterações na distribuição de tensões (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Portanto, a abordagem dos modelos constitutivos hiperelásticos deve ser acompanhada da implementação de elementos finitos híbridos, como apontado no item 3.2.5.

$$v = \frac{3 \cdot (k_0/\mu_0) - 2}{6 \cdot (k_0/\mu_0) + 2} \quad (37)$$

Por fim, o *software* Abaqus 2021[®] (DASSAULT SYSTÈMES, 2015) oferece dois modos de entrada de dados para os modelos hiperelásticos: a inserção direta dos resultados experimentais tabelados (relações tensão-deformação) ou a abordagem dos coeficientes C_{i0} e D_k . Ao assumir a primeira, Rezende (2020) verificou que o próprio *software* traduz os dados tabelados em coeficientes, facilitando a sua disponibilização. Logo, os coeficientes obtidos por Rezende (2020) para o modelo de Yeoh, e também abordados por Chaves (2021), se encontram dispostos na Tabela 3.2, sendo contemplados no presente estudo.

Tabela 3.2 – Coeficientes do modelo constitutivo hiperelástico de Yeoh

C_{10}	C_{20}	C_{30}	D_1	D_2	D_3
0,605	0,0249	-0,00025	0,0083	0,0083	0,0083

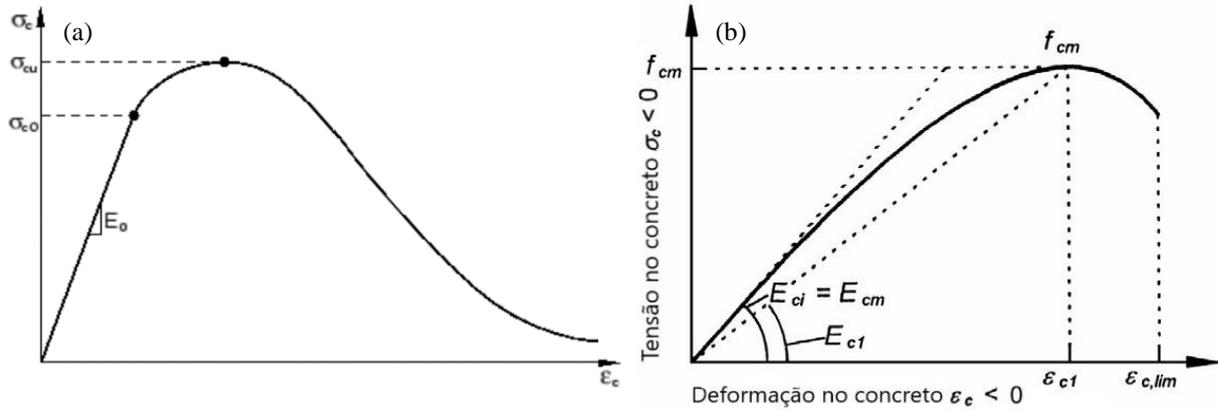
Fonte: Rezende (2020).

3.2.2.3 Concreto e graute

O *software* Abaqus 2021[®] dispõe de um modelo constitutivo voltado à representação do comportamento inelástico do concreto, o *Concrete Damage Plasticity* (CDP). Os mecanismos de falha são relacionados ao esmagamento por compressão e à fissuração por tração, ainda possibilitando a inclusão da mecânica do dano, não abordada neste estudo com o objetivo de simplificar a modelagem, uma vez que o carregamento é monotônico (DASSAULT SYSTÈMES, 2015).

Dessa forma, o comportamento do concreto à compressão é aproximado a uma resposta linear até o alcance da tensão de escoamento (σ_{c0}), em que passa a haver o endurecimento das tensões, com a plastificação (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Todavia, a partir da tensão última (σ_{cu}), as deformações são suavizadas, como ilustra a Figura 3.13a. Para representar os estágios requeridos no manual do Abaqus[®], pode-se empregar o diagrama tensão-deformação de FIB (2008a), disposto na Figura 3.13b, em que σ_{cu} passa equivaler à resistência média do concreto à compressão aos 28 dias (f_{cm}), e σ_{c0} pode ser aproximado à 40% deste valor.

Figura 3.13 – Diagramas tensão-deformação do concreto à compressão



Fonte: (a) Adaptado de Dassault Systèmes (2015) e (b) Adaptado de FIB (2008a).

A deformação limite da Figura 3.13 ($\epsilon_{c,lim}$) é igual a -3,5‰ para concretos de resistência característica (f_{ck}) inferior à 50 MPa (C50). Para os demais casos, consulta-se a Tabela 4-3 de FIB (2008a), a exemplo do próprio concreto C50, que apresenta uma $\epsilon_{c,lim}$ igual a -3,4‰. Já a deformação ϵ_{c1} , associada à f_{cm} , é determinada utilizando-se a Equação (38), a qual é calibrada em MPa. Para este ponto (ϵ_{c1} , f_{cm}), um módulo de elasticidade próprio (E_{c1}) pode ser calculado com a Equação (39). Então, a partir da adoção de uma deformação (ϵ_c) de magnitude inferior à $\epsilon_{c,lim}$, estima-se as suas respectivas tensões (σ_c) com a Equação (40), em que os coeficientes η e k são calculados com as Equações (41) e (42), respectivamente (FIB, 2008a).

$$\epsilon_{c1} = -0,0016 \cdot (0,1 \cdot f_{cm})^{0,25} \quad (38)$$

$$E_{c1} = f_{cm} / \epsilon_{c1} \quad (39)$$

$$\sigma_c = \frac{f_{cm} \cdot (k \cdot \eta - \eta^2)}{1 + \eta \cdot (k - 2)} \quad (40)$$

$$\eta = \epsilon_c / \epsilon_{c1} \quad (41)$$

$$k = E_{ci} / E_{c1} \quad (42)$$

Na Equação (42), E_{ci} equivale a E_{cm} , o qual seria obtido dos ensaios experimentais de Bachega (2013). No entanto, o autor não mensurou os módulos de elasticidade do concreto do pilar (modelo PI) e do graute (modelos PI e LI), conforme indicado no item 2.3.2. Para contornar esta limitação, pode-se estimá-los a partir da Equação (43) de FIB (2008a), a qual também é calibrada em MPa. Nesta equação, foram adotados agregados quartzíticos para minimizar a sua própria influência no valor do módulo de elasticidade, uma vez que Bachega (2013) não empregou agregados graúdos ao graute.

$$E_{cm} \approx E_{ci} = 20500 \cdot (0,1 \cdot f_{cm})^{1/3} \quad (43)$$

Apesar da Equação (43) se relacionar originalmente ao concreto, a sua aplicação ao graute também foi baseada na NBR 16868-1 (ABNT, 2020), em que este material é definido como cimento fluido, com a mensuração de f_{cm} conforme métodos de ensaio do concreto. Assim, foram obtidos módulos de elasticidade iguais a 36207,99 MPa e 30950,32 MPa, para o graute e o concreto do pilar do modelo PI, respectivamente.

O *software* Abaqus 2021[®] ainda demanda que o diagrama tensão-deformação seja referenciado às deformações inelásticas que, devido à desconsideração do dano, se confundem às plásticas (DASSAULT SYSTEMES, 2015). Portanto, subtraiu-se as parcelas elásticas das deformações (regidas pela lei de Hooke), obtendo os valores finais a serem inseridos na modelagem ($\epsilon_{c,ine}$), conforme a Tabela 3.3. Ressalta-se que o diagrama somente é iniciado a partir da tensão de escoamento ($0,4 \cdot f_{cm}$), com seus valores em módulo.

Tabela 3.3 – Pontos do diagrama tensão-deformação inelástica do concreto à compressão

Pilar (modelo PI)		Graute		Pilar (modelo LI)		Vigas		Capa	
σ_c (MPa)	$\epsilon_{c,ine}$ (‰)	σ_c (MPa)	$\epsilon_{c,ine}$ (‰)	σ_c (MPa)	$\epsilon_{c,ine}$ (‰)	σ_c (MPa)	$\epsilon_{c,ine}$ (‰)	σ_c (MPa)	$\epsilon_{c,ine}$ (‰)
13,766	0,000	22,040	0,000	20,360	0,000	18,160	0,000	13,960	0,000
17,655	0,097	27,441	0,076	25,750	0,094	23,195	0,102	17,716	0,089
21,150	0,153	32,504	0,116	30,686	0,146	27,739	0,160	21,139	0,139
24,245	0,222	37,192	0,166	35,147	0,210	31,782	0,231	24,216	0,200
26,937	0,304	41,463	0,228	39,110	0,287	35,317	0,315	26,934	0,273
29,223	0,399	45,272	0,302	42,549	0,378	38,336	0,413	29,280	0,359
31,098	0,508	48,564	0,391	45,438	0,483	40,831	0,526	31,239	0,458
32,559	0,629	51,273	0,496	47,749	0,604	42,793	0,652	32,796	0,571
33,601	0,764	53,327	0,619	49,451	0,740	44,215	0,793	33,937	0,698
34,221	0,913	54,638	0,763	50,513	0,893	45,086	0,948	34,644	0,839
34,413	1,076	55,100	0,930	50,899	1,064	45,399	1,118	34,899	0,996
34,266	1,212	54,961	1,029	50,786	1,177	45,296	1,238	34,767	1,133
33,856	1,356	54,531	1,135	50,398	1,298	44,945	1,365	34,326	1,280
33,183	1,509	53,786	1,251	49,725	1,426	44,343	1,499	33,566	1,438
32,243	1,671	52,701	1,375	48,756	1,562	43,487	1,639	32,475	1,607
31,036	1,841	51,246	1,510	47,482	1,706	42,376	1,786	31,043	1,788
29,558	2,020	49,391	1,657	45,892	1,858	41,005	1,940	29,258	1,980
27,808	2,208	47,099	1,815	43,974	2,019	39,373	2,100	27,108	2,185
25,783	2,405	44,330	1,986	41,717	2,188	37,475	2,268	24,580	2,403
23,482	2,610	41,038	2,172	39,107	2,367	35,310	2,443	21,661	2,634
20,903	2,825	37,173	2,373	36,133	2,555	32,875	2,626	18,336	2,879

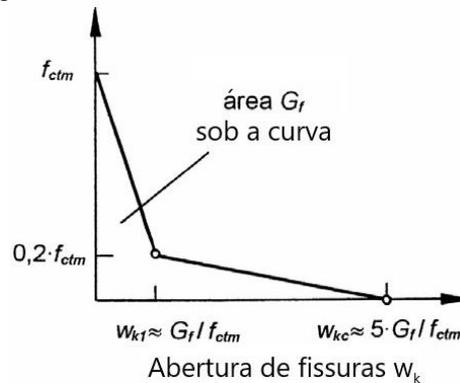
Fonte: Elaborado pela autora.

Já o comportamento do concreto à tração apresenta uma resposta linear até a abertura de microfissuras, a partir da tensão de falha (σ_{t0}), que induz uma suavização das deformações (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Todavia, visando evitar uma dependência da resposta do material à discretização da malha, bem como dificuldades de convergência, pode-se considerar o critério da energia de fratura (G_f), em que as tensões são relacionadas às aberturas de fissuras (FIB, 2008a). Nesse sentido, G_f equivale à energia necessária para a abertura de uma fissura à tração por unidade de área, podendo ser estimada com a Equação (44), a qual apresenta uma boa proximidade a resultados experimentais, conforme FIB (2008a).

$$G_f = 0,18 \cdot \left(1 - 0,77 \cdot \frac{10}{f_{cm}}\right) \quad (44)$$

O consumo de G_f com a abertura das fissuras (w_k) é descrito pelo diagrama bilinear de FIB (2008a), ilustrado na Figura 3.14, e pelas Equações (45) e (46), em que a resistência média à tração do concreto (f_{ctm}) é requisitada. Diante da ausência de ensaios experimentais, estima-se f_{ctm} a partir das Equações (47) e (48), cuja escolha depende do valor de f_{ck} .

Figura 3.14 – Diagrama tensão-abertura de fissuras do concreto à tração



Fonte: Adaptado de FIB (2008a).

$$w_k < w_{k1} \rightarrow \sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot \left(1 - 0,8 \cdot \frac{w_k}{w_{k1}}\right) \quad (45)$$

$$w_{k1} < w_k < w_{kc} \rightarrow \sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot \left(0,25 - 0,05 \cdot \frac{w_k}{w_{k1}}\right) \quad (46)$$

$$f_{ck} < 50 \text{ MPa} \rightarrow f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (47)$$

$$f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rightarrow f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,1 \cdot f_{cm}) \quad (48)$$

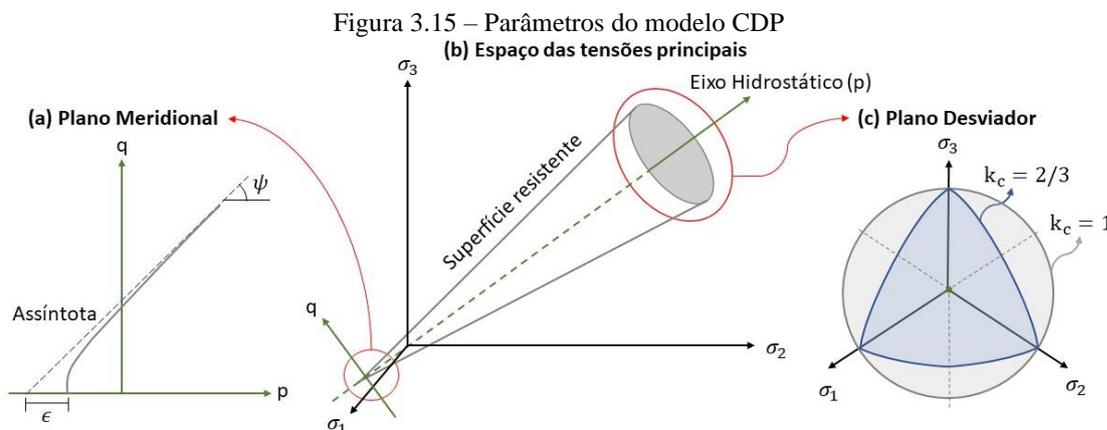
Como o *software* Abaqus 2021[®] limita as tensões mínimas à 1% de f_{ctm} , tal valor foi tomado como ponto final dos diagramas de tração dos concretos. Adicionalmente, em virtude de sua bilinearidade, houve necessidade de discretização em apenas três pontos, conforme elencado na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Pontos do diagrama tensão-abertura de fissuras do concreto à tração

Pilar (modelo PI)		Graute		Pilar (modelo LI)		Viga		Capa	
σ_t (MPa)	w_k (mm)	σ_t (MPa)	w_k (mm)	σ_t (MPa)	w_k (mm)	σ_t (MPa)	w_k (mm)	σ_t (MPa)	w_k (mm)
3,006	0,000	3,971	0,000	3,987	0,000	3,706	0,000	2,982	0,000
0,601	0,046	0,794	0,039	0,797	0,038	0,741	0,040	0,596	0,047
0,030	0,223	0,040	0,187	0,040	0,184	0,041	0,193	0,033	0,225

Fonte: Elaborado pela autora.

Além do comportamento do concreto à compressão e à tração, o modelo CDP requer a abordagem de outros parâmetros. Entre eles, o ângulo de dilatação (ψ), a excentricidade (ϵ) e o parâmetro k_c configuram a forma da superfície resistente (Figura 3.15b). O primeiro define a inclinação desta superfície em relação ao eixo hidrostático (p) no plano meridional (Figura 3.15a), segundo Kmiecik e Kamiński (2011). Neste mesmo plano, os autores indicaram que ϵ delimita o afastamento da superfície resistente às suas assíntotas (Figura 3.15a), em que um valor nulo representaria o critério de Drucker-Prager. Por fim, o parâmetro k_c relaciona as distâncias entre o eixo hidrostático e os meridianos de compressão e tração no plano desviador (Figura 3.15c), coincidindo com Drucker-Prager para um valor unitário.



Fonte: Elaborado pela autora.

Também se incluem aos parâmetros do modelo CDP a razão entre as resistências à compressão nos estados biaxial e uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0}) e a regularização viscoplástica do sistema de equações constitutivas. A última auxilia a convergência do modelo por meio da suavização da superfície resistente, que passa a ser sujeita a extrapolações. Por isso, o manual do *software* Abaqus® (DASSAULT SYSTÈMES, 2015) recomenda que o valor da viscoplasticidade seja suficientemente inferior aos incrementos da modelagem, para que possa auxiliar a convergência sem interferir significativamente em sua resposta.

Dessarte, os valores sugeridos pelo próprio manual do Abaqus® podem ser adotados para ϵ , k_c e σ_{b0}/σ_{c0} , sendo 0,1, 2/3 e 1,16, respectivamente (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Tais valores são comumente usados para representar o concreto e sua variação não influenciou

as respostas numéricas de modo significativo. Já ψ tem um intervalo usual de aplicação entre 36° e 40° (KMIĘCIK; KAMIŃSKI, 2011), mas os modelos também não se mostraram sensíveis a este intervalo, assumindo-se $\psi = 36^\circ$, por reduzir brevemente o tempo de processamento.

Os valores usuais de regularização viscoplástica variam entre 0 e 0,001, segundo Kochem (2018). Para o modelo PI, a variação dos valores neste intervalo teve um impacto pouco expressivo em seu comportamento, dada a sua maior simplicidade em comparação com o modelo LI. Por isso, um valor de 0,0001 foi adotado para as peças de concreto, com o único objetivo de garantir a convergência da plasticidade em todos os pontos analisados, uma vez que até a dimensão dos incrementos de processamento permaneceu inalterada.

Para o modelo numérico LI, a redução do valor da regularização viscoplástica resultou em um decréscimo das dimensões dos incrementos de processamento. Ademais, a quantidade de pontos em que a convergência da plasticidade não foi alcançada aumentou, junto ao mal condicionamento do sistema de matrizes. Como consequência, pequenas reduções deste parâmetro aumentaram significativamente o tempo de processamento. Diante desta onerosidade computacional, optou-se por uma regularização viscoplástica igual a 0,001.

Por fim, destaca-se que o CDP é um modelo voltado à representação da inelasticidade do concreto, não eliminando a necessidade de suas propriedades elásticas. Logo, os módulos de elasticidade foram atribuídos conforme os ensaios experimentais (Tabela 2.2), com exceção do graute e do concreto do pilar do modelo PI, cujos valores foram calculados a partir da Equação (43), enquanto os coeficientes de Poisson foram aproximados a 0,20 (FIB, 2008a).

3.2.3 Condições de contorno e carregamento

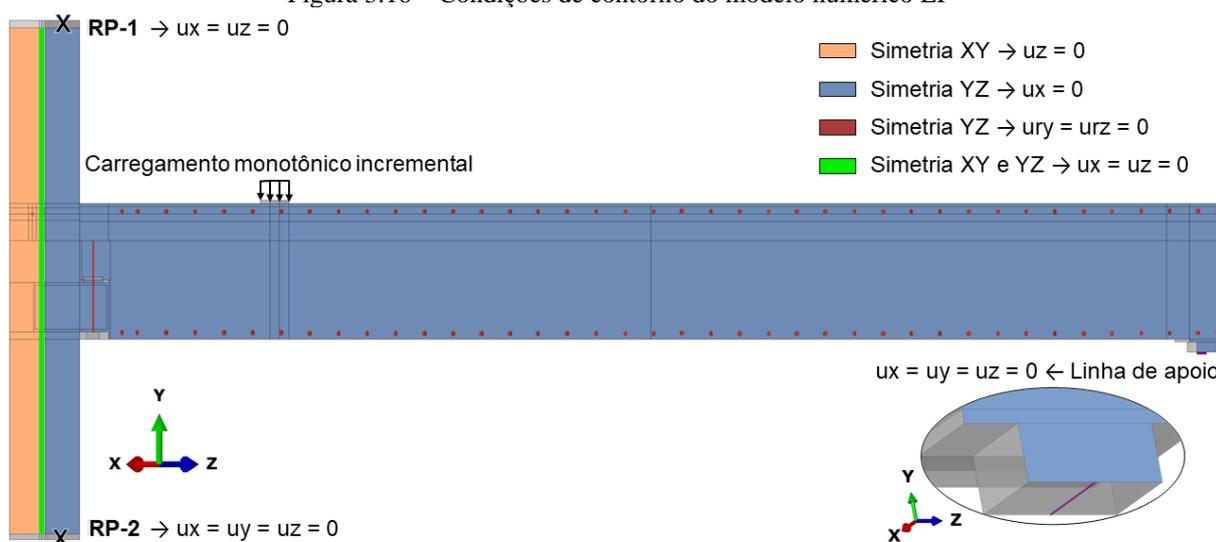
As condições de contorno em deslocamento objetivam restringir o movimento de corpo rígido do modelo, o qual promove erros na resolução de suas equações, conforme Kim e Sankar (2011). Para tanto neste presente estudo, são abordados valores prescritos das variáveis básicas de solução, que se limitam a deslocamentos e rotações (DASSAULT SYSTÈMES, 2015).

Visando representar as condições do ensaio de Bachega (2013), nos modelos PI e LI, todos os graus de liberdade dos nós da base do pilar foram restringidos, enquanto a translação no eixo Y foi mantida livre em seu topo. Estas restrições foram aplicadas aos pontos de referência RP-1 e RP-2, e relacionadas aos nós das superfícies do topo e da base do pilar, nesta ordem, por meio de uma associação de corpo rígido. Nesta, os graus de liberdade das superfícies são reduzidos aos pontos de referência, promovendo uma maior eficiência computacional (DASSAULT SYSTÈMES, 2015).

A associação por corpo rígido restringe as deformações dos elementos, como consequência, sua aplicação aos planos de simetria interferiu nas respostas dos modelos PI e LI. Para a simetria XY, as condições de contorno foram diretamente impostas aos nós de ambos os modelos, restringindo apenas a translação na direção Z, pois os elementos sólidos não têm graus de liberdade de rotação. Tal processo foi repetido para a simetria YZ, mas restringindo a translação em X. No modelo LI, ainda foi necessário restringir as rotações Y e Z dos nós dos estribos N8 e do chumbador (elementos da viga, conforme item 3.5) no plano de simetria YZ.

As condições de contorno apresentadas se encontram dispostas na Figura 3.16, em que também se destaca a linha em verde, em que os planos de simetria XY e YZ se interceptam, requerendo a aplicação de ambas as restrições (translações X e Z), nos modelos PI e LI. Ressalta-se que as restrições aplicadas ao pilar, graute, consolo e à sua chapa também foram assumidas para o modelo PI, optando-se por ilustrar somente o modelo LI devido à sua maior abrangência.

Figura 3.16 – Condições de contorno do modelo numérico LI



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 3.16 ainda constam as condições de contorno do aparelho de apoio, que visaram simular a rótula do ensaio de Bacheга (2013), com base no detalhe da Figura 3.7. Para tal, apenas os nós localizados na linha central da chapa metálica do apoio (destacada na Figura 3.16) tiveram seus graus de liberdade restringidos, permitindo que a chapa pudesse girar em torno do eixo X.

No que diz respeito ao carregamento, não se abordou a carga imposta por CC3 ao topo do pilar no ensaio de Bacheга (2013), uma vez que seu objetivo era apenas garantir a estabilidade do conjunto, precedendo as medições dos instrumentos. Kochem (2018) verificou que tal

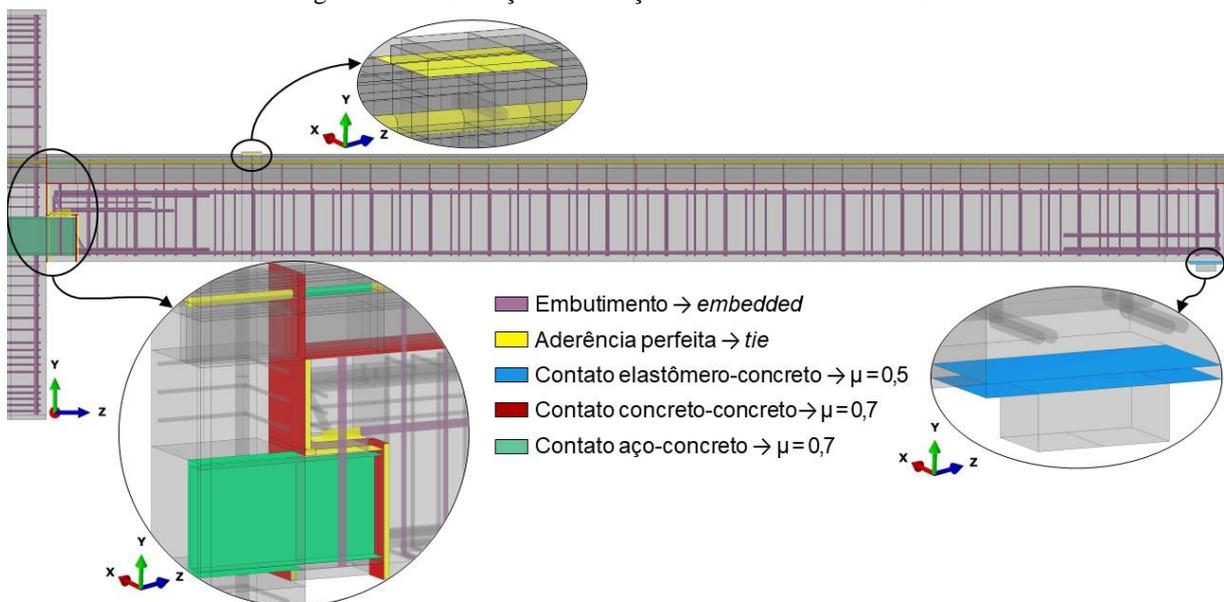
imposição não promoveu alterações significativas em seu modelo numérico e o mesmo foi constatado no presente estudo. A Figura 3.16 também indica a região em que o carregamento monotônico foi aplicado, sendo realizado em um único *step* e com incrementos limitados a razões iniciais, mínimas e máximas de 10^{-2} , 10^{-15} e $2 \cdot 10^{-2}$, nesta ordem. A sua distribuição na área das placas, em detrimento de forças concentradas ou deslocamentos, se baseou na maior proximidade com os comportamentos observados nos ensaios.

3.2.4 Interações entre as peças

Além da interação de corpo rígido, que facilitou a imposição das condições de contorno, também é necessário relacionar as peças entre si. Com esse intuito, as armaduras foram embutidas à viga, à capa e ao pilar por meio da interação *embedded*, com exceção da armadura de continuidade. Nesta associação, os graus de liberdade de translação das peças embutidas são eliminados e interpolados aos elementos hospedeiros, com base em relações geométricas (DASSAULT SYSTÈMES, 2015).

Ressalta-se que as armaduras de tipologia B31 (chumbador, tirante e estribos N8), descritas no item 3.2.5, permaneceram com os graus de liberdade de rotação livres no embutimento. Ademais, como o *software* Abaqus 2021[®] possibilita a atribuição desta interação aos elementos sólidos, a chapa de apoio da viga também foi embutida, conforme indicado na Figura 3.17, que resume todas as interações e restrições aplicadas ao modelo LI (mais abrangente).

Figura 3.17 – Interações e restrições do modelo numérico LI



Fonte: Elaborado pela autora.

O embutimento do chumbador no modelo LI simplifica seu comportamento, uma vez que sua função principal é garantir a estabilidade temporária do conjunto. Porém, no ensaio de Bachega (2013), a fixação das extremidades do chumbador por porcas e arruelas e o grauteamento de seu furo promoveram um efeito de união dos elementos. Para abordar este efeito no modelo numérico, adotou-se uma estratégia de restringir o movimento relativo entre a chapa soldada ao consolo e a chapa de apoio da viga, utilizando a aderência perfeita.

A restrição de aderência perfeita, *tie*, elimina os graus de liberdade dos nós na interface de um dos elementos, que é categorizado como uma superfície (ou conjunto de nós) *slave*, enquanto o elemento que permanece com seus graus de liberdade é denominado *master* (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). No caso do parágrafo anterior, a superfície da chapa do consolo foi tomada como *slave*, enquanto a chapa da viga seria a superfície *master*.

De modo análogo, a restrição *tie* foi aplicada para simplificar a interface entre a capa (*master*) e a chapa de carregamento (*slave*), no modelo LI, bem como a soldagem entre a chapa metálica (*slave*) e o consolo (*master*), nos modelos PI e LI. Esta restrição também seria necessária para abordar a solda entre o tirante e a chapa de apoio da viga. Todavia, como estes dois elementos estariam embutidos na viga, seus graus de liberdade já haviam sido removidos, inviabilizando a atribuição de outras restrições que eliminam graus de liberdade. Como alternativa, o tirante foi dividido em dois trechos: o trecho sem solda permaneceu embutido na viga, enquanto o trecho soldado à chapa recebeu apenas a restrição (*slave*), sem o embutimento.

Por outro lado, no ensaio de Bachega (2013) não foram impostas restrições ao movimento relativo das peças do aparelho de apoio. Para permitir os deslizamentos, foram aplicadas interações de contato entre a viga e a almofada de elastômero, e entre essa almofada e a chapa de nivelamento. O comportamento normal foi simplificado com o método *hard contact*, em que apenas as tensões de compressão são transferidas entre as superfícies, as quais se separam sob tração (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Quanto ao comportamento tangencial, adotou-se um coeficiente de atrito de Coloumb (μ) de 0,5 para ambas as interfaces, com base na maior proximidade com os resultados experimentais observada por Chaves (2021).

Para representar o contato aço-concreto, apenas ajustou-se o coeficiente de atrito para 0,7 (BAHRAMI *et al.*, 2017), aplicando-o aos pares pilar-consolo e consolo-graute. As superfícies dos últimos elementos de cada conjunto foram categorizadas como *slave*. O *software* Abaqus® verifica se os nós das superfícies *slave* penetram nas superfícies *master*, equilibrando esta tendência com forças de oposição (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Porém, é possível que os nós de uma superfície *master* penetrem a superfície *slave*, o que pode ser evitado com

um maior refinamento da malha da última. A categorização das superfícies em *master* e *slave* decorreu da análise dos tempos de processamento e das malhas, uma vez que as respostas dos modelos não demonstraram sensibilidade a estas variações. Para as peças do aparelho de apoio, supracitadas, as superfícies do elastômero foram tomadas como *slave*.

A interação aço-concreto também foi aplicada à armadura de continuidade, para evitar o aumento excessivo da rigidez da ligação que ocorreria com o seu embutimento, como constatado por Rosário (2021). No entanto, ao atribuir o contato ao longo de todo o comprimento da armadura, a rigidez da ligação foi reduzida de modo expressivo, impedindo o início de seu escoamento. Como solução, adotou-se a estratégia de Barlati (2020), na qual a interação de contato foi incorporada apenas na projeção do consolo (150 mm), entre a armadura de continuidade (*slave*) e a superfície interna do furo da capa (*master*). Nos demais trechos desta armadura, sua superfície externa foi mantida como *slave*, mas foi relacionada à restrição *tie*.

Já para simular o preenchimento das folgas da ligação, foram modelados elementos individuais de graute, conforme o item 3.2.1. Porém, ao atribuir contato em ambas as faces destes elementos, observou-se o total desprendimento do graute em relação ao pilar e à viga na zona tracionada da ligação. Diante da discrepância deste comportamento ao ensaio experimental de Bachea (2013), optou-se pelo uso da interação *tie* entre os grautes (*slave*) e a viga (*master*), com exceção da região acima do consolo, em que esta restrição foi aplicada ao conjunto consolo (*master*) – graute (*slave*). Então, nas demais faces dos grautes foi adotada a interação de contato, cujo coeficiente de atrito foi mantido em 0,7, por também representar as interfaces entre concreto pré-moldado e concreto moldado *in loco* (BAHRAMI *et al.*, 2017).

Por fim, as mesmas propriedades de contato normais e tangenciais do caso anterior foram mantidas para as interfaces viga-capa e capa-pilar, uma vez que a capa também foi moldada *in loco* no estudo experimental de Bachea (2013). Novamente, as superfícies dos últimos elementos de cada conjunto foram assumidas como *slave*, com uma maior discretização de suas malhas, conforme apresentado no item 3.2.6.

3.2.5 Elementos finitos

Cada tipo de elemento finito (EF) atribui diferentes ponderações que influenciam as respostas do modelo numérico, a exemplo dos graus de liberdade abordados, de seus equacionamentos e graus de interpolação (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Logo, conforme Kim e Sankar (2011), é de extrema importância que esta definição esteja alinhada ao comportamento requerido das partes do modelo, de acordo com a análise realizada.

Isto posto, o manual do *software* Abaqus® (DASSAULT SYSTÈMES, 2015) indica o uso de elementos sólidos em análises não lineares complexas, com contato e plasticidade. Nessas situações, os elementos hexaedros otimizam o processamento, com elevada acurácia e custo computacional reduzido. Porém, segundo o mesmo manual, a interpolação linear dos graus de liberdade (menos onerosa que a quadrática) pode promover distorções parasitas, decorrentes de sua formulação, que enrijecem o modelo. Este problema é conhecido como *shear locking* e é evitado com a redução dos pontos de integração.

Por outro lado, o manual do *software* (DASSAULT SYSTÈMES, 2015) também adverte que a integração reduzida, em conjunto com a interpolação linear, pode gerar outro problema: o *hourglass*. Este seria o oposto do *shear locking*, pois o cálculo das deformações com apenas um ponto de integração pode levar a uma distorção exacerbada da malha de EF, flexibilizando o modelo. Felizmente, o manual informa que o próprio *software* possui artifícios de controle deste problema, que também é evitado com a distribuição das condições de contorno e carregamento em vários nós adjacentes. Logo, foram atribuídos os elementos hexaédricos C3D8R às peças de concreto (pilar, viga, capa e grautes), ao consolo metálico, à armadura de continuidade e às chapas, tal como efetuado por Bahrami *et al.* (2017). Este EF apresenta 8 nós, interpolação linear, integração reduzida e controle de *hourglass* (DASSAULT SYSTÈMES, 2015).

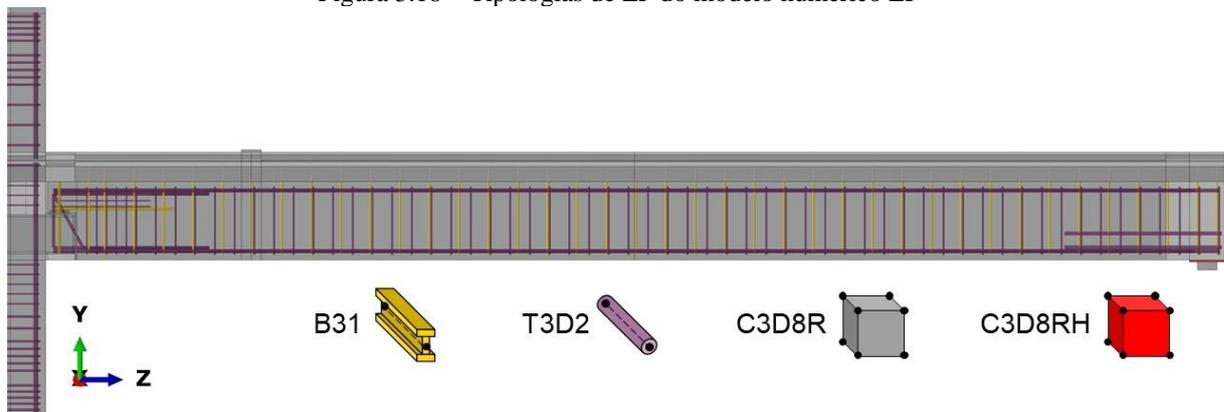
Os elementos sólidos também foram atribuídos à almofada de elastômero, mas, por se tratar de um material quase incompressível, foi requerida uma abordagem híbrida. Nestes materiais, as tensões hidrostáticas puras podem ser adicionadas sem modificar os deslocamentos (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Portanto, um pequeno incremento de deslocamento altera consideravelmente as tensões, demonstrando uma sensibilidade numérica a soluções baseadas apenas em deslocamentos. Entretanto, os elementos híbridos abordam as tensões de compressão como variáveis interpoladas independentemente, acoplando-as à solução em deslocamentos por meio das equações constitutivas e de compatibilidade (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Logo, o elemento C3D8RH foi aplicado à almofada, como em Chaves (2021), se distinguindo do elemento C3D8R somente pela abordagem híbrida de pressão constante.

Às armaduras do pilar e da viga foram atribuídos os elementos T3D2: treliças no espaço tridimensional com dois nós e interpolação linear de deslocamentos e posições (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Como apenas as solicitações axiais são suportadas, tem-se um comportamento similar às armaduras usuais de pilares e vigas, segundo Kochem (2018), justificando a sua adoção. Entretanto, o chumbador, os estribos da capa (N8) e o tirante soldado à chapa de apoio também se mostraram sujeitos a outras solicitações, requerendo a atribuição de elementos de viga (B31).

Os elementos de viga visam aproximar um sólido contínuo em uma só direção, simplificando a sua geometria e a quantidade de graus de liberdade por elemento, de modo que sua rigidez se associa às deformações de seu eixo axial por alongamento/encurtamento, flexão e torção (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). O elemento B31 atribui interpolação linear com dois nós no espaço, sendo regido pela teoria de Timoshenko, em que pode haver deformação transversal por cisalhamento. Apesar desta teoria se direcionar, especialmente, a vigas espessas, o *software* Abaqus® aborda formulações que viabilizam o seu uso a vigas delgadas (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Destaca-se que Kochem (2018) também utilizou tais elementos em peças sujeitas ao cisalhamento.

Por fim, a distribuição das tipologias de EF às peças do modelo numérico LI se encontra ilustrada na Figura 3.18, juntamente com um esquema dos elementos sólidos, treliças e vigas, baseado em Dassault Systèmes (2015). Ressalta-se que as peças contempladas no modelo PI (consolo, graute, chapa, pilar e suas armaduras) mantiveram as tipologias da Figura 3.18 e, por isso, não foram ilustradas separadamente.

Figura 3.18 – Tipologias de EF do modelo numérico LI



Fonte: Elaborado pela autora.

3.2.6 Malha de elementos finitos

A discretização da malha de EF se relaciona à acurácia do modelo e seu custo computacional, já que, segundo Kim e Sankar (2011), malhas com grandes elementos promovem erros nas análises, enquanto elementos reduzidos são onerosos ao processamento. Ademais, os autores alertam sobre as formas dos EF, já que distorções excessivas geram imprecisões na integração numérica e que elevadas razões de aspecto (entre a maior e a menor dimensão do EF) prejudicam os resultados. Logo, recomendam-se malhas com elementos de ângulos internos pró-

ximos à 90°, com reduzidas razões de aspecto e sem transições de elevadas discrepâncias de densidades.

Devido às complexidades da modelagem da ligação com consolo metálico embutido, como as geometrias das peças, suas disposições e interações, foi necessário realizar partições nos elementos, presentes nas Figuras 3.8 e 3.11, subdividindo a própria malha de EF. Para se exemplificar, existe o contraste entre a espessura do consolo metálico (10 mm) e o comprimento da viga (5980 mm), que inviabiliza a atribuição de elementos cúbicos iguais no modelo como um todo, tendo em vista o custo computacional. Coloca-se em evidência que foi testada a representação das peças delgadas como elementos de casca, mas, em virtude das interações e da variação da resposta do modelo, os elementos sólidos foram mantidos.

O emprego das interações de contato entre as peças viabiliza a inserção de diferentes densidades de malhas, desde que as superfícies tomadas como escravas se mostrem iguais ou mais discretizadas do que as superfícies mestre, para evitar a sua penetração, como detalhado no item 3.2.4 (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Resgatando o exemplo do consolo e da viga, como há contato entre as suas seções transversais, não haveria necessidade em se considerar EF de dimensões iguais, podendo ser maiores para a viga (superfície mestre).

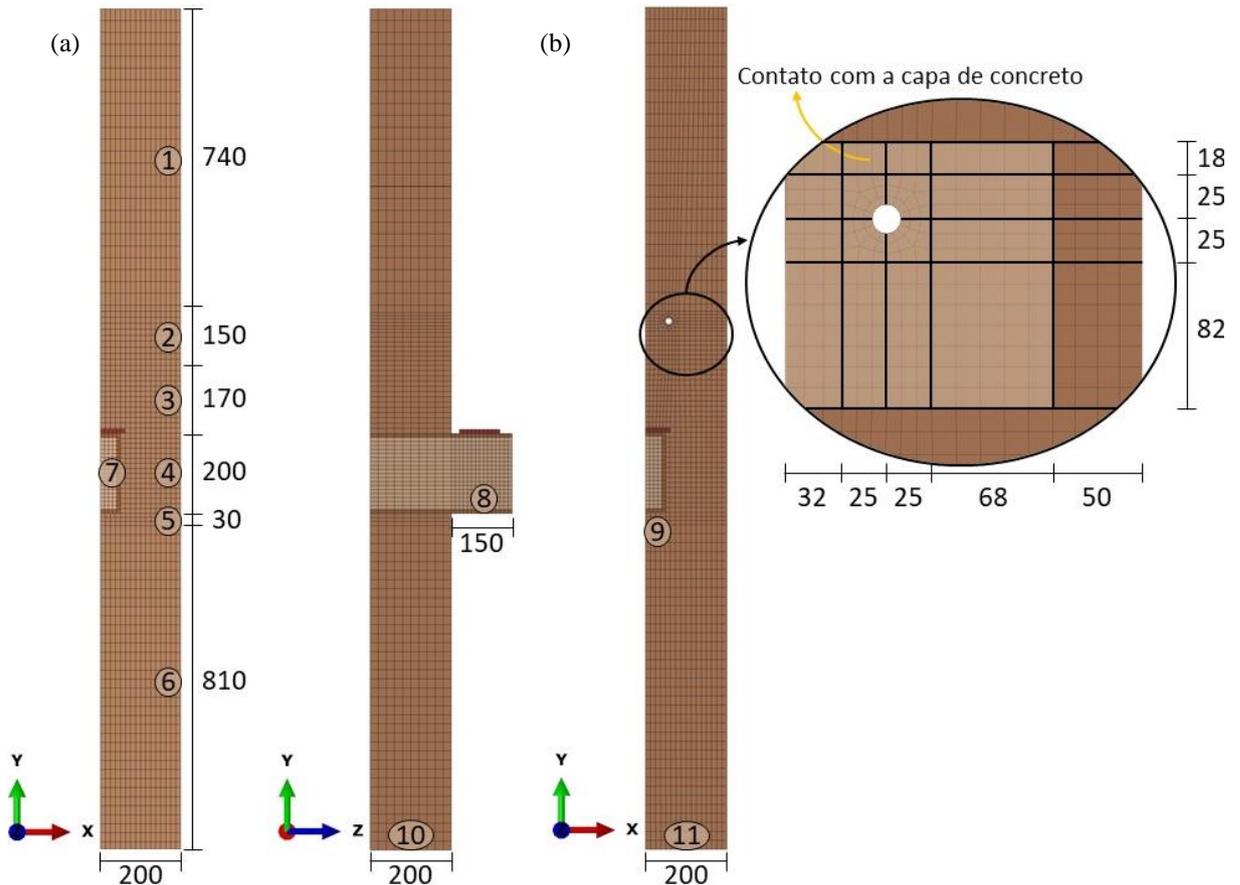
Além disso, ao longo do eixo longitudinal das peças também foram adotadas diferentes densidades da malha, buscando-se otimizar o tempo de processamento, sem prejudicar os resultados. Logo, maiores razões de aspecto foram inseridas em regiões de menor influência na ligação, com a sua redução conforme a demanda da geometria e do processamento dos modelos, sobretudo acerca da convergência da plasticidade das peças de concreto, a qual é dificultada para maiores elementos.

Para a definição da malha do conjunto pilar, consolo, graute e chapa de apoio, várias configurações foram analisadas inicialmente para o modelo PI, devido ao seu menor custo computacional. A variação das dimensões dos EF deste modelo não alterou significativamente as suas respostas, atuando apenas na redução de seu tempo de processamento. Para tanto, as suas dimensões foram mantidas coerentes com as partições, visando evitar grandes discrepâncias entre elementos vizinhos de uma mesma partição. Além disso, buscou-se limitar as razões de aspecto deste conjunto a 3,5, devido às recomendações de Kim e Sankar (2011) acerca de elementos alongados e transições.

Em seguida, a malha do conjunto em questão foi analisada com a adição das complexidades do modelo LI – como as partições relativas ao furo da armadura de continuidade e as limitações das interações de contato – buscando-se compatibilizar a sua densidade entre os mo-

delos PI e LI. Todavia, a razão de aspecto dos elementos próximos ao furo passou a se limitar a 6,5, por conta de suas reduzidas dimensões no plano XY. As malhas de EF dos modelos PI e LI seguem ilustradas nas Figuras 3.19a e 3.19b, respectivamente, em que foram indicadas as dimensões de cada partição e o detalhe do furo do modelo LI. Destaca-se que os modelos partilham da mesma distribuição da malha na direção Z (esquematisada no plano YZ).

Figura 3.19 –Malha de EF do conjunto do pilar para os modelos PI (a) e LI (b) (dimensões em mm)



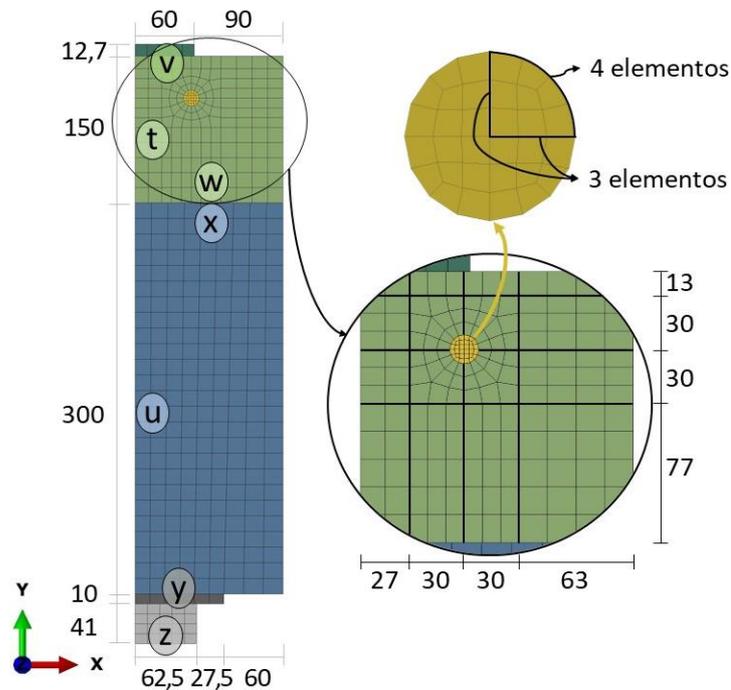
Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 3.19, as partições 1 a 6 tratam da distribuição dos EF no pilar para a direção paralela ao eixo Y, em que 1 e 6 ilustram trechos não conectados a outros elementos, enquanto em 2 tem-se o contato com a capa e em 3, 4 e 5, com a viga. Ainda para o pilar, as faixas 10 e 11 abordam a sua malha nas direções Z e X, respectivamente, destacando-se que ao longo da primeira há contato com o consolo metálico. A faixa 10 também contempla o consolo e o graute, que apresentam a mesma malha do pilar na direção Z, enquanto embutidos. O consolo, o graute e a chapa metálica também seguem as distribuições indicadas por 7, 8 e 9 para os eixos Y, Z e X, nesta ordem. Portanto, as dimensões dos EF de cada partição estão dispostas na Tabela 3.5.

A viga e a capa foram subdivididas em sete trechos na direção Z. As partições *e-l*, *g-n* e *k-r-s* englobaram o nicho da viga, a chapa de carregamento e o elastômero, nesta ordem. Entretanto, a faixa *f-m* seria uma transição entre suas adjacentes, enquanto as demais (*h-o*, *i-p* e *j-q*) foram segmentadas para atender à locação dos LDVTs (Figura 2.27). Novamente, buscou-se limitar a razão de aspecto a 3,5, mas, dada a geometria da armadura de continuidade e de seu furo na capa, pequenos comprimentos de EF já promoveram elevadas razões de aspecto. Então, a fim de reduzir o tempo de processamento, tal parâmetro foi limitado a 6,5 para os elementos próximos ao furo da capa e a 8,5 para o trecho *d* da armadura de continuidade.

Contudo, a distribuição da malha na seção transversal deste conjunto segue ilustrada na Figura 3.21, em que o nicho da viga e o furo da capa demandaram ajustes nas dimensões dos EF, realizados pelo próprio *software* Abaqus 2021[®]. No entanto, a malha foi discretizada manualmente na seção transversal da armadura de continuidade, a qual foi particionada em quatro frações idênticas (Figura 3.21). Para cada fração, o comprimento de circunferência foi discretizado em quatro EF, enquanto os seus raios foram subdivididos em três, por meio da técnica *Structured* (também aplicada às demais peças). Este procedimento visou evitar EF com ângulos agudos, sem ampliar consideravelmente os tempos de processamento dos modelos.

Figura 3.21 – Malha de EF do conjunto da viga no plano XY (dimensões em mm)



Fonte: Elaborado pela autora.

Com exceção da seção transversal da armadura de continuidade, as dimensões ponderadas inicialmente para os EF de cada partição, considerando suas respectivas direções e peças, se encontram enumeradas na Tabela 3.6, conforme as indicações das Figuras 3.20 e 3.21.

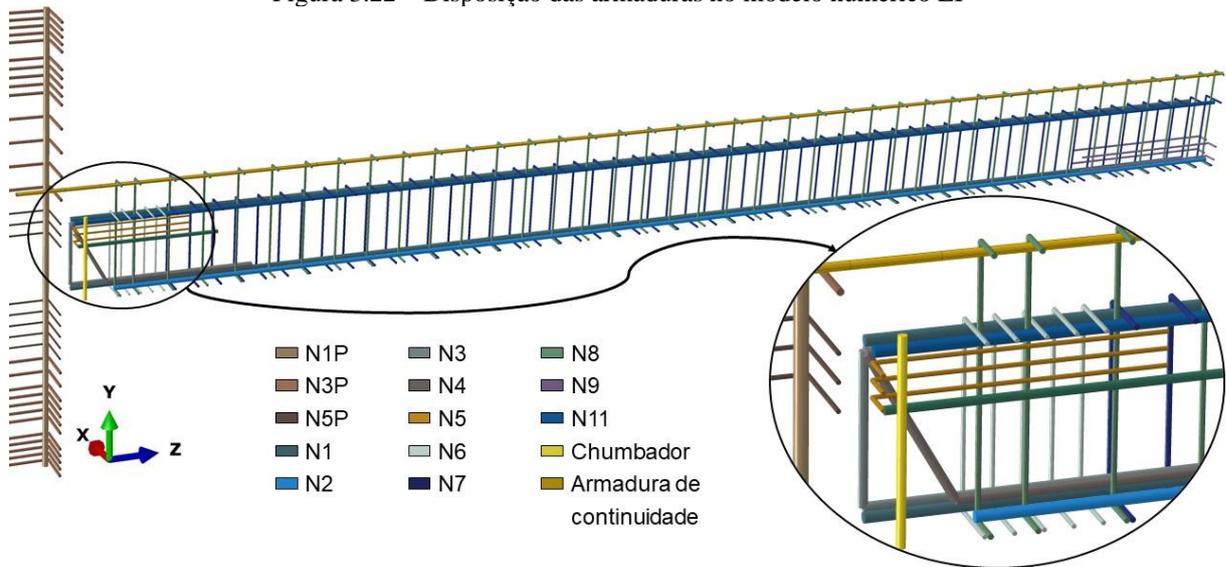
Tabela 3.6 – Discretização da malha de EF para o conjunto da viga

Partição	Direção	Peça	Dimensão (mm)
<i>a</i>	Z	Armadura de continuidade	10,00
<i>b</i>	Z	Armadura de continuidade	10,00
<i>c</i>	Z	Armadura de continuidade	10,00
<i>d</i>	Z	Armadura de continuidade	15,00
<i>e</i>	Z	Capa	10,00
<i>f</i>	Z	Capa	15,09
<i>g</i>	Z	Capa e chapa de carregamento	12,50
<i>h</i>	Z	Capa	18,95
<i>i</i>	Z	Capa	20,00
<i>j</i>	Z	Capa	15,00
<i>k</i>	Z	Capa	15,00
<i>ℓ</i>	Z	Viga e graute das folgas	10,00
<i>m</i>	Z	Viga	16,90
<i>n</i>	Z	Viga	16,67
<i>o</i>	Z	Viga	27,07
<i>p</i>	Z	Viga	50,00
<i>q</i>	Z	Viga	30,00
<i>r</i>	Z	Viga	18,00
<i>s</i>	Z	Elastômero e chapa do aparelho de apoio	10,00
<i>t</i>	Y	Capa	15,00
<i>u</i>	Y	Viga	16,00
<i>v</i>	X	Chapa de carregamento	12,00
<i>w</i>	X	Capa	15,00
<i>x</i>	X	Viga	18,00
<i>y</i>	X	Elastômero	15,00
<i>z</i>	X	Chapa do aparelho de apoio	12,50

Fonte: Elaborado pela autora.

Com relação aos elementos lineares, optou-se por manter as mesmas divisões das faixas em que estão inseridos, uma vez que seus graus de liberdade de translação são removidos com o embutimento (item 3.2.4). Estes elementos estão ilustrados de modo renderizado na Figura 3.22 para o modelo numérico LI, com a inclusão da armadura de continuidade para fins de visualização. A nomenclatura dos elementos foi mantida coerente aos detalhamentos das Figuras 3.1 e 3.6, com a adição do sufixo “P” para diferenciar as armaduras do pilar. Para o modelo PI, a mesma disposição dos elementos lineares do pilar foi sustentada.

Figura 3.22 – Disposição das armaduras no modelo numérico LI



Fonte: Elaborado pela autora.

Por fim, destaca-se que o modelo PI totalizou 19348 elementos e 23903 nós, enquanto o modelo LI somou 140724 elementos e 169131 nós, cujas tipologias seguem enumeradas na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Quantidade de elementos finitos de cada tipologia para o modelo LI

Tipologia	Quantidade
C3D8R	134722
C3D8RH	108
T3D2	4213
B31	1681

Fonte: Elaborado pela autora.

3.2.7 Processamento

Para abordar a não linearidade física dos modelos, aplicou-se uma análise estática geral não linear, com a inclusão da não linearidade geométrica por conta dos requisitos do modelo constitutivo hiperelástico (elastômero). De modo análogo ao estudo de Bahrami *et al.* (2017), foi considerada a integração numérica pelo método de Gauss e a técnica de solução de Newton Raphson. Esta técnica iterativa, de modo geral, parte de uma adoção preliminar da resposta, corrigindo o seu erro para obter resultados que atendam às tolerâncias estipuladas (PROENÇA, 2021). Logo, como os critérios padrões de convergência do Abaqus 2021[®] visam obter eficiência computacional e acurácia relativamente boas (DASSAULT SYSTÈMES, 2015), optou-se por mantê-los.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

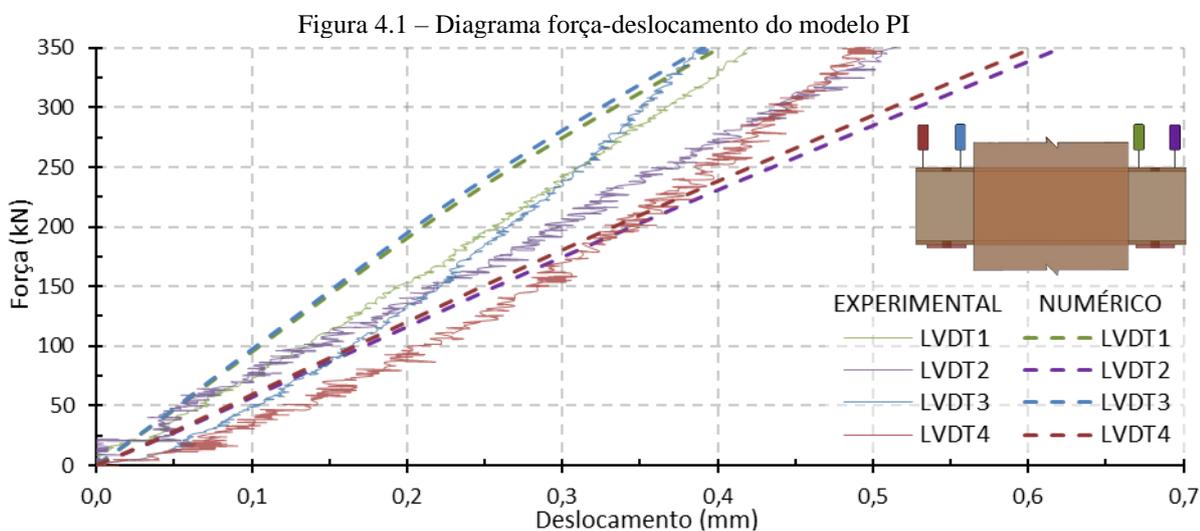
A discussão dos resultados foi dividida em três tópicos. O primeiro aborda a validação do modelo numérico PI, enquanto o segundo contempla o modelo LI. Para finalizar, tem-se a análise paramétrica, cujos fatores de análise foram definidos com base na revisão da literatura (item 2.2.1.6), a saber: a taxa da armadura de continuidade, a concentração de estribos no pilar, a adição de armaduras verticais soldadas ao consolo embutido, e a inserção de estribos sobre o consolo na viga. Ademais, com base na avaliação do modelo numérico LI, a resistência ao escoamento do consolo metálico também é ponderada.

4.1 MODELO NUMÉRICO PI

A análise do modelo numérico PI aborda uma validação inicial ao ensaio experimental de Bachega (2013), conforme item 4.1.1, seguida pelos modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017), apresentados no item 4.1.2.

4.1.1 Validação do modelo PI ao estudo experimental de Bachega (2013)

Com base na mensuração dos deslocamentos verticais nas mesmas posições dos transdutores do estudo de Bachega (2013), pôde-se elaborar o diagrama força-deslocamento do modelo numérico PI e validá-lo com os resultados experimentais do autor, como consta na Figura 4.1. Ressalta-se que o ensaio experimental foi interrompido com o alcance de 350 kN em cada célula de carga devido às limitações do pórtico de reação.



Fonte: Elaborado pela autora.

Como o carregamento do modelo numérico foi distribuído na chapa soldada ao consolo, as forças do diagrama da Figura 4.1 se referem às suas resultantes. Em contraponto, as curvas experimentais refletem as acomodações e imprecisões dos ensaios, que atribuem assimetria ao problema físico. Ainda assim, observou-se uma grande proximidade entre as respostas numéricas e experimentais, conforme a comparação dos deslocamentos máximos da Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Comparação dos deslocamentos máximos no modelo PI

Deslocamento máximo	LVDT1	LVDT2	LVDT3	LVDT4
Modelo numérico (mm)	0,4012	0,6218	0,3910	0,6037
Modelo experimental (mm)	0,4317	0,5411	0,4038	0,5205
Numérico/Experimental (%)	92,95	114,91	96,84	115,99

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme a Tabela 4.1, ao final do ensaio experimental de Bachega (2013), o modelo numérico se mostrou mais conservador para os transdutores LVDT2 e LVDT4 (alocados nas extremidades do consolo), uma vez que foram obtidos maiores deslocamentos para uma mesma carga experimental. Nos demais instrumentos (LVDT1 e LVDT3), o modelo numérico promoveu menores deslocamentos em comparação aos ensaios. Todavia, neste caso também houve uma aproximação entre os valores, cujas diferenças passaram de 16% para 7%.

Por outro lado, observou-se uma tendência de maior rigidez inicial dos diagramas força-deslocamento do modelo numérico, exceto para o transdutor LVDT2. Tal comportamento foi favorecido pela inserção dos contatos consolo-pilar e graute-consolo, bem como pela forma de imposição da carga, que reduziram a rigidez do modelo numérico até a obtenção final dos resultados apresentados na Figura 4.1.

O modelo numérico PI também se mostrou sensível à atribuição da não linearidade física. Entretanto, é importante recordar que as propriedades de alguns materiais foram simplificadas por meio da Equação (43) e dos valores nominais da Tabela 3.1, por conta da ausência de dados experimentais. A estes casos, inclui-se a tensão de escoamento do consolo metálico, a qual se mostrou consideravelmente influente no comportamento do modelo numérico LI e, por isso, é contemplada em sua posterior análise paramétrica, conforme o item 4.3.1.

Por fim, diante das limitações apontadas e dos resultados obtidos, considerou-se como satisfatória a validação do modelo numérico aos resultados experimentais de Bachega (2013). Porém, como este apenas forneceu o diagrama força-deslocamento para o modelo PI, pode-se, também, validar os resultados numéricos aos modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017), conforme segue no item 4.1.2.

4.1.2 Validação do modelo PI aos modelos analíticos

Para a incorporação dos modelos analíticos na validação, foram abordados os arranjos de cisalhamento puro (Figura 2.14a), sem a adição de armaduras soldadas ao consolo, folgas e tolerâncias, resultando em uma excentricidade de carregamento nula. Diante disso, as variáveis de entrada dos modelos analíticos estão resumidas na Tabela 4.2, em que o valor negativo da distância da face do pilar à resultante das ações (a) advém da definição da excentricidade do carregamento, segundo o item 2.2.2.1.

Tabela 4.2 – Dados de entrada dos modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017)

h_{pi} (mm)	c_{pi} (mm)	b (mm)	l_e (mm)	e (mm)	a (mm)	h (mm)	t (mm)	Z_p (mm ³)	f_{cd} (MPa)	F_y (MPa)
400,0	25,0	250,0	350,0	0,00	-175,0	200,0	10,0	352000,0	22,7	250,0

Fonte: Elaborado pela autora.

Observa-se que a largura efetiva (b) da Tabela 4.2 foi relacionada à largura do consolo ponderada por 2,5 ($2,5w$), já que esta se mostrou inferior à largura entre estribos (pilar largo). Ademais, l_e foi reduzido dos cobrimentos, como nos exemplos de PCI (2010); Z_p foi mensurado com auxílio da Equação (8); f_{cd} e F_y foram obtidos a partir das Tabelas 2.2 e 3.1; e as demais variáveis procederam dos detalhamentos das Figuras 3.1 e 3.2. Logo, o modelo analítico de PCI (2010) foi avaliado por meio das Equações (9) a (11) para $V_{u,conc}$, $V_{u,flex}$ e $V_{u,cis}$, nesta ordem, resultando nos cálculos dispostos nas Equações (49) a (51), respectivamente.

$$V_{u,conc} = \frac{0,75}{2} \cdot (0,85 \cdot 22,7 \cdot 250 \cdot 350 + 2 \cdot 0) \rightarrow V_{u,conc} = 632,01 \text{ kN} \quad (49)$$

$$\left(\frac{0,5}{0,85 \cdot 22,7 \cdot 250} \right) \cdot V_{u,flex}^2 - 175 \cdot V_{u,flex} - 0,9 \cdot 352000 \cdot 250 = 0 \rightarrow V_{u,flex} = 2056,29 \text{ kN} \quad (50)$$

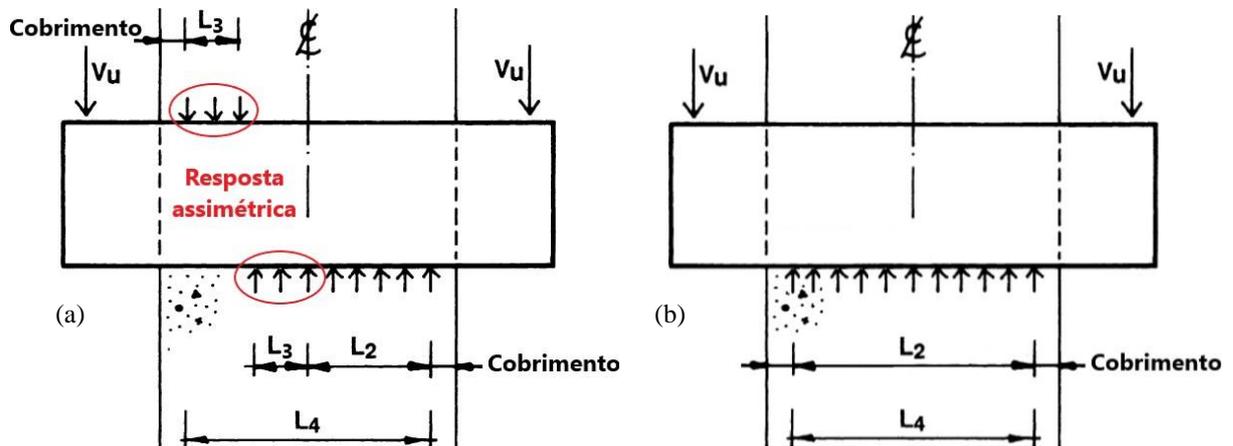
$$V_{u,cis} = 0,9 \cdot (0,6 \cdot 250) \cdot (2 \cdot 200 \cdot 10) \rightarrow V_{u,cis} = 540 \text{ kN} \quad (51)$$

Tendo em vista que o menor valor entre $V_{u,conc}$, $V_{u,flex}$ e $V_{u,cis}$ delimita a resistência da ligação, a falha ocorreria por cisalhamento do consolo metálico, sob um carregamento de 540 kN em cada lado do consolo, para o modelo de PCI (2010). No entanto, como os efeitos à flexão do consolo apenas são influentes a partir de certa excentricidade, nula neste caso, para o modelo de Elliott (2017) somente se ponderam as resistências $V_{u,conc}$ e $V_{u,cis}$. Esta justificativa também se estenderia ao caso anterior, em que $V_{u,flex}$ superou o triplo de $V_{u,cis}$.

As equações do modelo de Elliott (2017) se relacionam à assimetria do carregamento, mesmo para a situação de consolo duplo (Figura 2.18), se distanciando do arranjo simétrico presente no modelo numérico. Como alternativa realizam-se simplificações como a desconsi-

deração do binário de blocos de tensão de dimensão L_3 (Figura 2.16), uma vez que apenas se relacionava ao equilíbrio de momentos fletores do conjunto, o qual já é assegurado pela simetria. A fronteira entre os blocos de dimensões L_2 e L_3 ocorreria na seção de momento máximo (indicada por z-z na Figura 2.16), que se localiza centrada ao pilar no arranjo simétrico (plano de simetria). Logo, se os blocos de dimensão L_3 fossem abordados, promoveriam assimetria à resposta do modelo simétrico, como ilustrado pela Figura 4.2a.

Figura 4.2 – Simplificações do modelo de Elliott (2017) para o arranjo simétrico



Fonte: Adaptado de Elliott e Jolly (2013).

No exemplo 10.2 de Elliott (2017), a capacidade máxima da ligação foi avaliada a partir da distribuição dos blocos de tensão, visando mensurar V_u . Nele, foi considerada a situação limite da Equação (18), uma vez que se tratava de um carregamento desbalanceado. Adaptando este procedimento ao arranjo simétrico, a dimensão do bloco de tensão L_2 foi tomada como equivalente à L_4 (Figura 4.2b). Como este bloco de tensão se destina ao equilíbrio de forças, a sua resultante equivale à soma dos carregamentos de ambos os lados do consolo metálico ($V_{n,conc} = 2V_{u,conc}$), similarmente ao modelo de PCI (2010).

As simplificações realizadas foram, então, aplicadas às Equações (15) e (12), visando definir $V_{u,conc}$. Para avaliar o cisalhamento do consolo metálico ($V_{u,cis}$), não foram requeridas alterações da Equação (14), pois não depende das dimensões dos blocos de tensão. Assim, os cálculos de S_q , $V_{u,conc}$ e $V_{u,cis}$ seguem nas Equações (52), (53) e (54), nesta ordem.

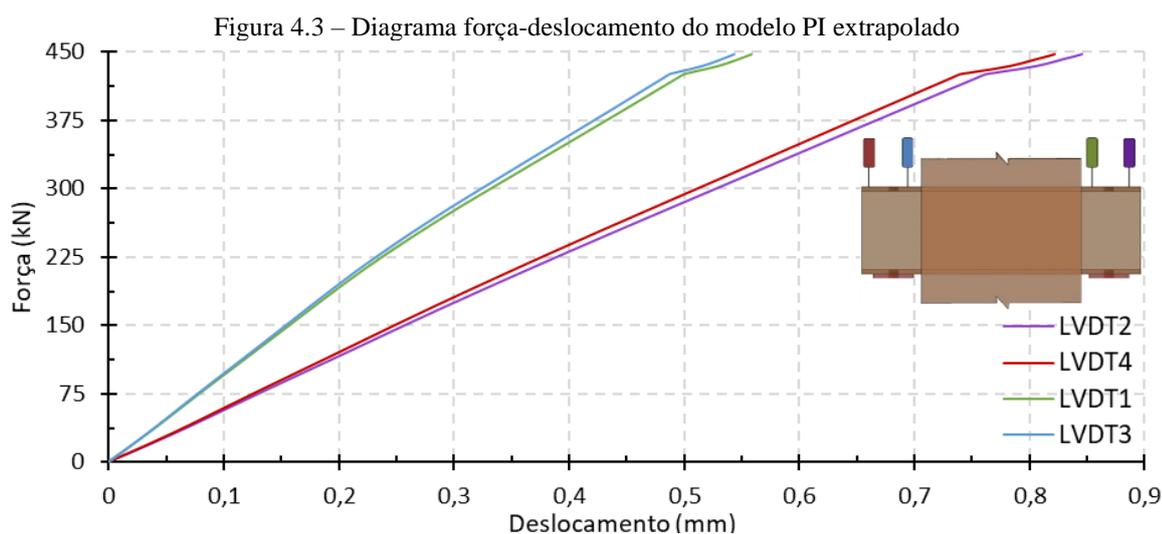
$$S_q = \sqrt{\frac{(100 + 2 \cdot 25) \cdot (350 + 0 + 2 \cdot 25)}{100 \cdot (350 + 0)}} \rightarrow S_q = 1,309 \quad (52)$$

$$V_{u,conc} = \frac{0,8 \cdot 22,7 \cdot 100 \cdot 1,309 \cdot 350}{2} \rightarrow V_{u,conc} = 416,10 \text{ kN} \quad (53)$$

$$V_{u,cis} = (0,6 \cdot 250) \cdot (200 \cdot 2 \cdot 10) \rightarrow V_{u,cis} = 600 \text{ kN} \quad (54)$$

Apesar de $V_{u,cis}$ se diferenciar entre os modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017) apenas pelo coeficiente de segurança do primeiro, a limitação da resistência da ligação ocorreu de modos diferentes entre eles. Para o modelo de PCI (2010), o próprio cisalhamento do consolo metálico ($V_{u,cis}$) promoveu a menor resistência, enquanto para o modelo de Elliott (2017) ocorreu para a seção de concreto ($V_{u,conc}$).

Para confrontar os modelos analíticos com o modelo numérico, extrapolou-se o limite de carga do ensaio de Bachega (2013). Desse modo, o processamento encerrou sob um carregamento de 448,35 kN em cada lado do consolo, conforme o diagrama força-deslocamento da Figura 4.3. Destaca-se que até o final da análise, o consolo metálico e as armaduras do pilar não atingiram suas tensões de escoamento, de modo que o comprometimento da convergência da simulação se relacionou puramente ao esmagamento do concreto do pilar abaixo do consolo embutido.



Fonte: Elaborado pela autora.

A mudança de inclinação na Figura 4.3 advém da intensificação do esmagamento do concreto, que ocorreu a partir de um carregamento de 426,25 kN, cujo valor foi atribuído à resistência da ligação. Com isso, pode-se confrontar o modelo numérico às previsões dos modelos analíticos quanto aos modos de falha das ligações e as suas capacidades limitantes, como disposto na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Comparação do modelo numérico PI aos modelos analíticos

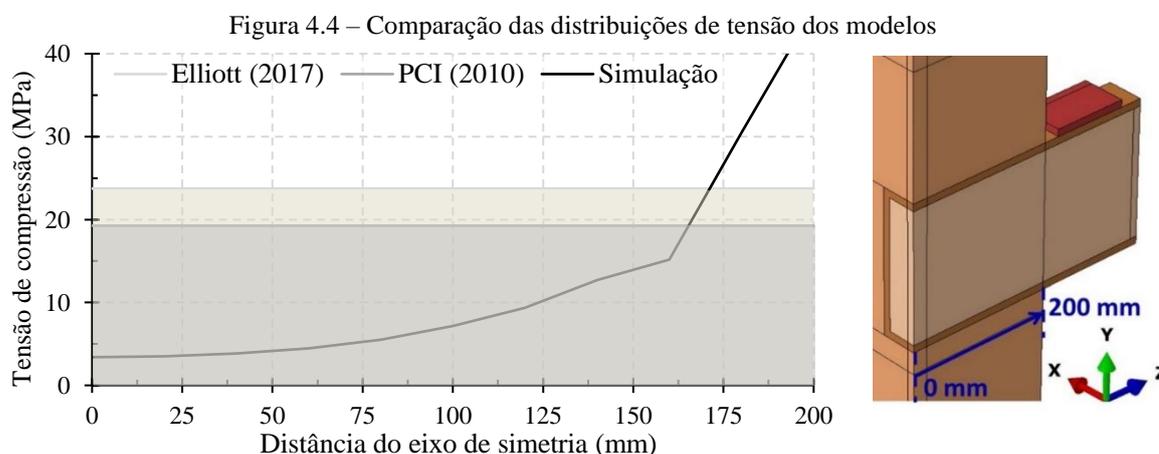
Modelo	Modo de falha	Capacidade limitante	Analítico/Numérico
Numérico	Esmagamento do concreto	426,25 kN	-
PCI (2010)	Cisalhamento do consolo	540,00 kN	126,69%
Elliott (2017)	Esmagamento do concreto	416,10 kN	97,62%

Fonte: Elaborado pela autora.

Da Tabela 4.3, nota-se uma grande proximidade da simulação ao modelo analítico de Elliott (2017), mesmo com as simplificações da simetria e os coeficientes de segurança. Neste caso, não só o modo de falha coincidiu, mas a capacidade limitante também se mostrou próxima, com um pequeno conservadorismo do modelo analítico em relação ao numérico, cuja diferença percentual é inferior à 2,5%.

Por outro lado, a simulação tornou-se conservadora diante do modelo de PCI (2010), com a divergência dos modos de falha. Novamente destacam-se as adaptações do arranjo simétrico, dado que PCI (2010) limitaria inferiormente a relação e/ℓ_e a 0,5 e a mesma foi tomada como nula. Se esta condição fosse ponderada, a capacidade resistente do modelo de PCI (2010) também decorreria do esmagamento do concreto, sob 452,23 kN. Este valor ainda seria superior à simulação, mas com uma menor discrepância (razão analítico/numérico igual a 106,1%).

As distribuições uniformes de tensões abaixo do consolo embutido, assumidas como hipóteses dos modelos analíticos, também podem ser confrontadas à simulação. Para o modelo de PCI (2010), as mesmas apresentam um valor constante de $0,85 \cdot f_{cd}$ (19,30 MPa), enquanto Elliott (2017) as relacionam à $0,8 \cdot f_{cd} \cdot S_q$ (23,77 MPa). A comparação destas distribuições com o modelo numérico, ao fim de seu processamento, se encontra na Figura 4.4, em que a distância de 0 mm equivale ao eixo de simetria e 200 mm, à face lateral do pilar.



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 4.4, observam-se maiores magnitudes de tensões do modelo numérico próximas à face do pilar, seguindo a tendência exposta por Elliott e Jolly (2013), já apresentada (Figura 2.6). Dessa forma, ambos os modelos analíticos se mostraram conservadores à simulação na região central do pilar (eixo de simetria). Todavia, as magnitudes de tensões do modelo numérico ultrapassaram as hipóteses analíticas a cerca de 30 mm da face do pilar. Destaca-se que este comportamento também é influenciado pelas concentrações de tensões em cantos vivos típicas do MEF, de acordo com Pilkey (1997).

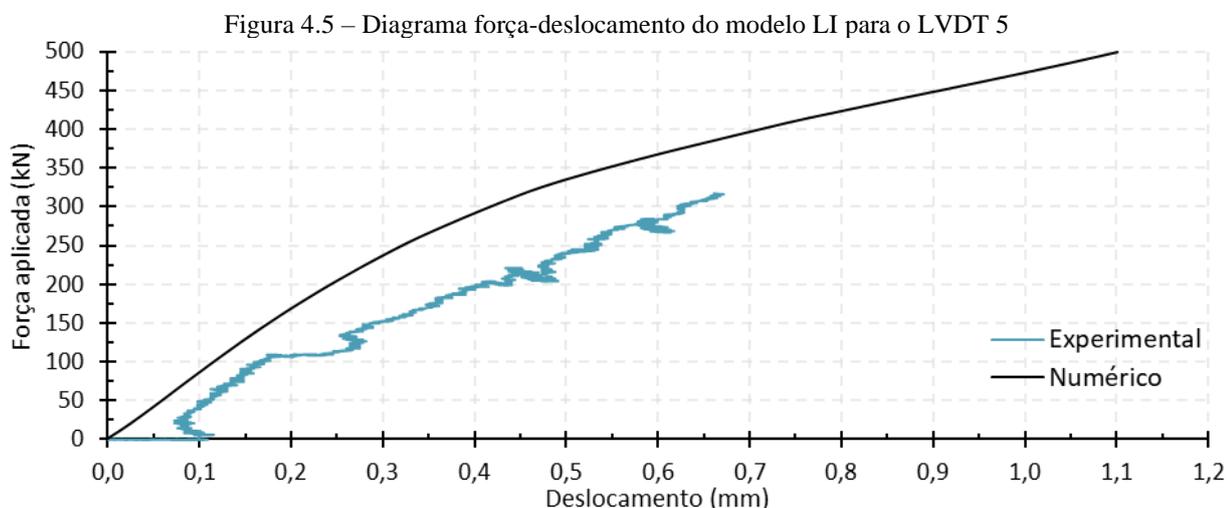
A validação do modelo numérico PI com os modelos analíticos quanto aos mecanismos resistentes, bem como o diagrama força-deslocamento do ensaio experimental de Bachega (2013), foram imprescindíveis para a definição de detalhes de sua confecção, que contribuíram para uma melhor representatividade. Entre estes detalhes se destacam interações, malhas, modelos constitutivos e condições de contorno. Ademais, devido às suas reduzidas proporções em relação ao modelo LI e, conseqüentemente, aos menores tempos de processamento, a análise do modelo PI contribuiu para otimizar o estudo do modelo LI, que é abordado no item 4.2.

4.2 MODELO NUMÉRICO LI

De modo análogo ao modelo PI, a avaliação do modelo numérico LI é subdividida em uma validação inicial com relação aos ensaios de Bachega (2013), item 4.2.1, bem como ao modelo analítico de FIB (2008b), item 4.2.3, e à classificação das ligações, item 4.2.3.

4.2.1 Validação do modelo LI ao estudo experimental de Bachega (2013)

No item anterior, a validação do modelo PI através do estudo de Bachega (2013) foi realizada com relação aos diagramas força-deslocamento, pois apenas eles foram disponibilizados. Os deslocamentos naquele caso foram determinados sob o próprio consolo, ou seja, na região da ligação. No entanto, para o modelo LI, as medições dos deslocamentos verticais foram distribuídas ao longo do comprimento das vigas, com exceção do transdutor LVDT5 (Figura 2.27), que foi alocado sob o consolo metálico. Isto posto, os diagramas força-deslocamento do modelo numérico e do ensaio experimental para este transdutor estão ilustrados na Figura 4.5.



Fonte: Elaborado pela autora.

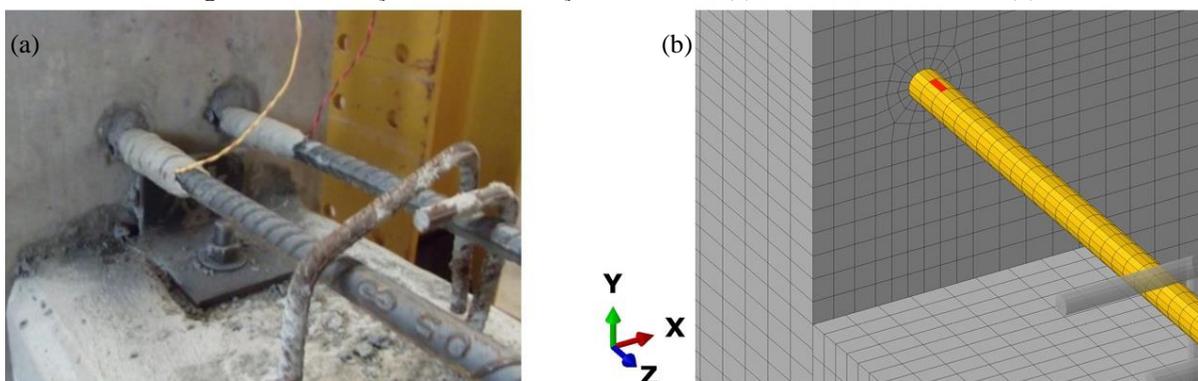
Na Figura 4.5, nota-se que a simulação foi interrompida ao atingir 500 kN em cada célula de carga, dada a sua onerosidade computacional, enquanto as medições do ensaio cessaram próximo a 315 kN, devido a falhas nos instrumentos. Para um mesmo carregamento, o modelo numérico exibiu deslocamentos menores em relação ao ensaio, sugerindo uma tendência de maior rigidez na ligação na simulação. Contudo, a discrepância entre as curvas da Figura 4.5 manteve-se inferior a 0,2 mm, sendo influenciada pelas acomodações do ensaio, sobretudo em sua fase inicial. Destaca-se que essas acomodações não apenas se relacionam com incertezas práticas, mas também com a precisão dos transdutores em situações de reduzidas grandezas.

Também se observa na Figura 4.5 uma similaridade entre as inclinações das curvas, especialmente para carregamentos entre 10 kN e 110 kN. Neste intervalo, inclusive, a diferença entre os deslocamentos do modelo numérico e do ensaio reduziu-se a apenas 0,05 mm. Logo, com base na influência das acomodações supracitadas e nas diferenças absolutas entre os estudos, pode-se considerar satisfatória a validação do modelo numérico quanto ao diagrama força-deslocamento para o transdutor LVDT5.

A validação do comportamento da ligação viga-pilar do modelo numérico LI aos resultados de Bachega (2013) também pode ser fundamentada nos diagramas momento-rotação. Esta estratégia se relaciona à avaliação da rigidez das ligações quanto à transferência de momento fletor, conforme estabelecido na NBR 9062 (ABNT, 2017), que demanda a razão momento-rotação da ligação no início do escoamento da armadura de continuidade.

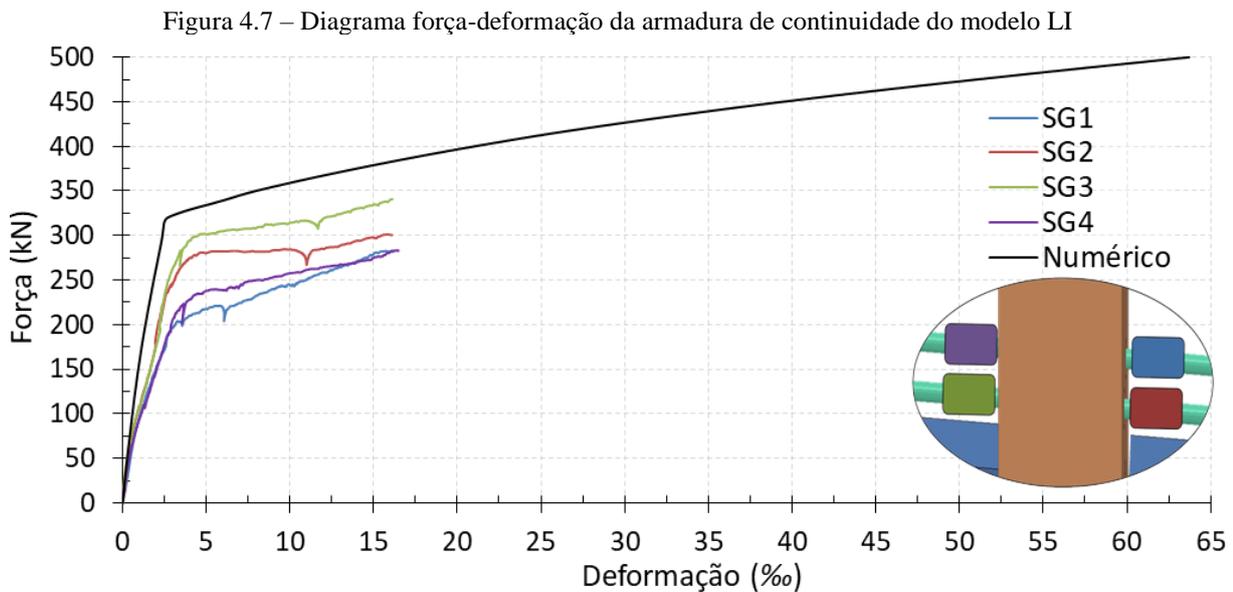
Para avaliar o escoamento das armaduras de continuidade, foi necessário assumir as distâncias dos extensômetros elétricos às faces do pilar, uma vez que não foram indicadas por Bachega (2013), conforme ilustrado na Figura 4.6a. No modelo numérico, as deformações das armaduras foram determinadas no ponto de integração do elemento finito destacado em vermelho na Figura 4.6b, que dista 10 mm da face do pilar e localiza-se em sua superfície superior.

Figura 4.6 – Medições das deformações no ensaio (a) e no modelo numérico (b)



Fonte: (a) Bachega (2013) e (b) Elaborado pela autora.

As deformações foram, então, relacionadas aos incrementos de carga, conforme a Figura 4.7, em que as medições do ensaio experimental foram novamente interrompidas antes do término do ensaio por conta de falhas dos instrumentos. Além disso, a existência de uma única curva do modelo numérico reflete a dupla simetria imposta, já que apenas uma medição foi realizada, enquanto o ensaio apresentou variações decorrentes de imprecisões práticas.



Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme Bachega (2013), as duas armaduras de continuidade do ensaio escoaram para diferentes carregamentos: cerca de 200 kN para a barra com os extensômetros elétricos SG1 e SG4, e 250 kN para a armadura com SG2 e SG3. Já no modelo numérico, o início do escoamento foi caracterizado pela aplicação de 300 kN. As divergências em relação aos ensaios foram influenciadas pelas adoções do modelo constitutivo do aço (elastoplástico perfeito), incluindo o valor nominal da tensão de escoamento, bem como pelas interações entre a armadura e seus furos. Além disso, a assimetria do comportamento das armaduras no ensaio relaciona-se às imprecisões experimentais, como a locação dos instrumentos, a não uniformidade dos materiais e a parcialidade do grauteamento da ligação.

Ainda na Figura 4.7, o prolongamento do patamar de escoamento da armadura até elevadas deformações na simulação numérica também se relaciona ao modelo elastoplástico perfeito, em que não há endurecimento do aço. Por outro lado, o comportamento do modelo numérico mostrou grande proximidade ao ensaio até um carregamento de cerca de 100 kN. A partir de então, a propagação de fissuras no concreto das vigas intensificou-se no ensaio experimental, juntamente com as deformações de suas armaduras, as quais passaram a apresentar uma maior magnitude para um mesmo carregamento.

Com as informações acerca do escoamento das armaduras de continuidade, os diagramas momento-rotação da ligação viga-pilar podem ser avaliados. O cálculo dos momentos fletores na face do pilar, tanto para o modelo numérico, como para o estudo de Bachega (2013), resultaram da aplicação da Equação (29). Para tanto, os carregamentos incrementais e as reações de apoio da outra extremidade da viga foram relacionados. Destaca-se que ambas as forças foram duplicadas no modelo numérico, devido à simetria YZ.

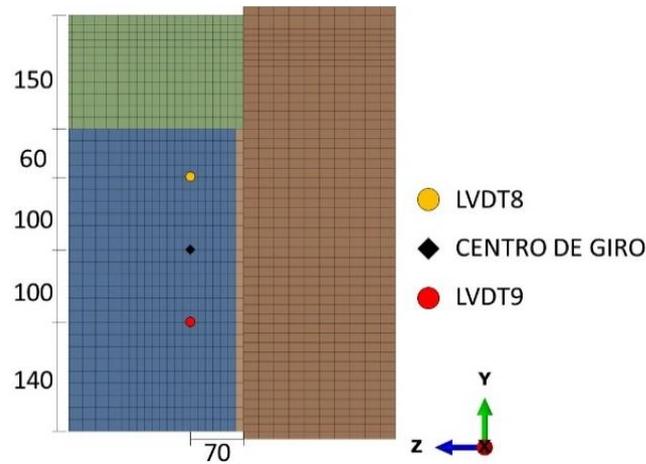
Quanto à determinação das rotações no estudo de Bachega (2013), foram utilizados clinômetros e transdutores horizontais, que resultaram nos diagramas momento-rotação já apresentados na Figura 2.33. No entanto, interferências práticas nas medições dos transdutores inviabilizaram a sua consideração (GL1* e GL2*), bem como a curva GL2, visto que seu respectivo clinômetro (CL2) não foi posicionado no centro de giro da ligação (Figura 2.27). Portanto, apenas a curva momento-rotação GL1 da Figura 2.33 é avaliada para a validação do modelo numérico LI, em que as rotações foram aferidas com o clinômetro CL1.

Por meio do clinômetro CL1, as rotações do estudo de Bachega (2013) foram determinadas de modo pontual, ou seja, diretamente no centro de giro da ligação. Todavia, tal estratégia não é aplicável ao modelo numérico, uma vez que os elementos finitos sólidos não têm graus de liberdade rotacionais (DASSAULT SYSTÈMES, 2015). Para manter uma coerência ao arranjo de ensaio, a avaliação das rotações no modelo numérico foi simplificada com o mesmo procedimento adotado por Bachega (2013) para os transdutores horizontais, por mais que os resultados experimentais destas medições não sejam abordados.

A estimativa das rotações para o modelo numérico é esquematizada na Figura 4.8. Os pontos LVDT8 e LVDT9, igualmente espaçados em relação ao centro de giro na direção Y e alinhados a ele em Z, foram utilizados para avaliar os deslocamentos em Z. Então, as rotações (θ_x) foram calculadas com a Equação (55), que se encontra calibrada em mm. Cabe ressaltar que os deslocamentos foram determinados na face externa da viga, e não no plano de simetria YZ do modelo numérico, tal como efetuado no ensaio.

$$\theta_x = \frac{LVDT8 - LVDT9}{200} \quad (55)$$

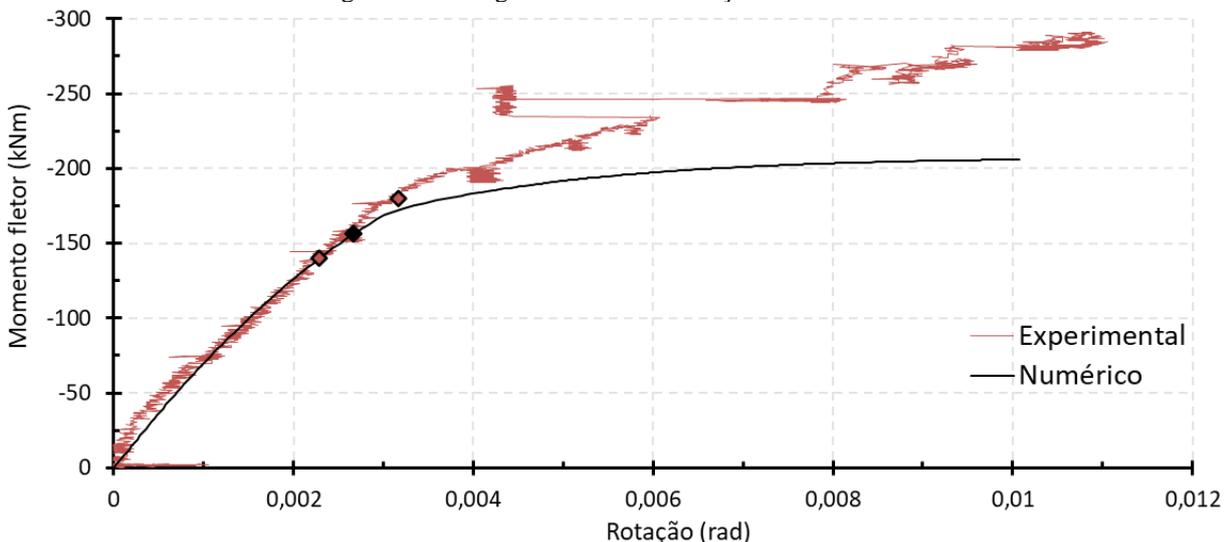
Figura 4.8 – Determinação das rotações no modelo numérico LI (dimensões em mm)



Fonte: Elaborado pela autora.

No estudo de Bacheга (2013), as rotações determinadas no centro de giro da ligação, por meio do clinômetro CL1 (Figura 2.27), foram subtraídas das rotações mensuradas no centro do pilar (CL3). Todavia, no modelo numérico, o centro do pilar coincide com o plano de simetria XY, em que as rotações θ_x são nulas. Tendo isso em vista, pode-se confrontar o diagrama momento-rotação do estudo de Bacheга (2013) com o modelo numérico, conforme consta na Figura 4.9, sendo este tabelado no Apêndice A.

Figura 4.9 – Diagrama momento-rotação do modelo LI



Fonte: Elaborado pela autora.

De modo análogo ao observado no diagrama força-deslocamento (Figura 4.5), o diagrama momento-rotação (Figura 4.9) exibiu uma acomodação inicial do ensaio experimental. No entanto, diferentemente da Figura 4.5, essa acomodação não resultou em uma defasagem da curva momento-rotação fornecida por Bacheга (2013), uma vez que as medições retornaram a rotações próximas à zero após esse trecho.

Os pontos destacados na Figura 4.9 indicam o início do escoamento das armaduras de continuidade, em que uma única indicação para o modelo numérico reflete a simplificação da simetria YZ, pela qual ambas as armaduras apresentam o mesmo comportamento. Ainda assim, a iminência de escoamento da armadura na simulação ocorreu em um momento fletor intermediário aos escoamentos das armaduras do ensaio experimental de Bachega (2013).

Foi obtida uma grande proximidade entre as curvas momento-rotação da Figura 4.9, especialmente até um momento fletor de -170 kNm, correspondente a uma carga de 240 kN. Neste intervalo, Bachega (2013) observou fissuras com espessuras inferiores à 0,3 mm, mas, a partir deste valor, o autor identificou fissuras e deformações excessivas que levaram ao descolamento (patamar horizontal da curva experimental na Figura 4.9) e à ruptura da capa de concreto. Tais efeitos não foram capturados pelo modelo numérico, que, após o escoamento da armadura de continuidade e do consolo metálico, não demonstrou acréscimos significativos nos momentos fletores. Este comportamento, junto ao custo computacional, motivou a interrupção do processamento da simulação em um carregamento de 500 kN em cada célula de carga.

Com os ensaios experimentais de Bachega (2013), foi obtido um momento resistente na face do pilar igual a -291 kNm, enquanto a modelagem numérica se estabilizou próximo a um valor de -205 kNm. Dessa forma, o momento fletor obtido com o modelo numérico seria equivalente a 70,7% do valor experimental. Esta diferença, apesar de favorecer a segurança do modelo numérico devido ao seu conservadorismo em relação ao estudo de Bachega (2013), é significativa, requerendo uma análise mais detalhada de seu comportamento.

A partir disso, uma das ponderações que podem ser realizadas é que as tensões de escoamento foram baseadas em valores nominais, apesar dos momentos fletores do modelo numérico terem se estabilizado logo após o escoamento do consolo e da armadura de continuidade, pois não foram determinadas por Bachega (2013). Ademais, o próprio escoamento do consolo não foi avaliado no estudo deste autor, em que somente a armadura de continuidade foi instrumentada com extensômetros elétricos. Já na simulação, o consolo metálico passou a escoar a partir da aplicação de 350 kN em cada célula de carga (momento fletor de -180 kNm).

Para analisar as armaduras de continuidade, foi realizado um levantamento bibliográfico a respeito da determinação experimental das tensões de escoamento médias (σ_y) de armaduras de aço CA-50 com diâmetros de 16 mm. Para tal, buscou-se manter uma proximidade temporal e regional ao estudo de Bachega (2013), obtendo-se os estudos enumerados na Tabela 4.4, cuja variação dos valores se mostrou próxima à 5%.

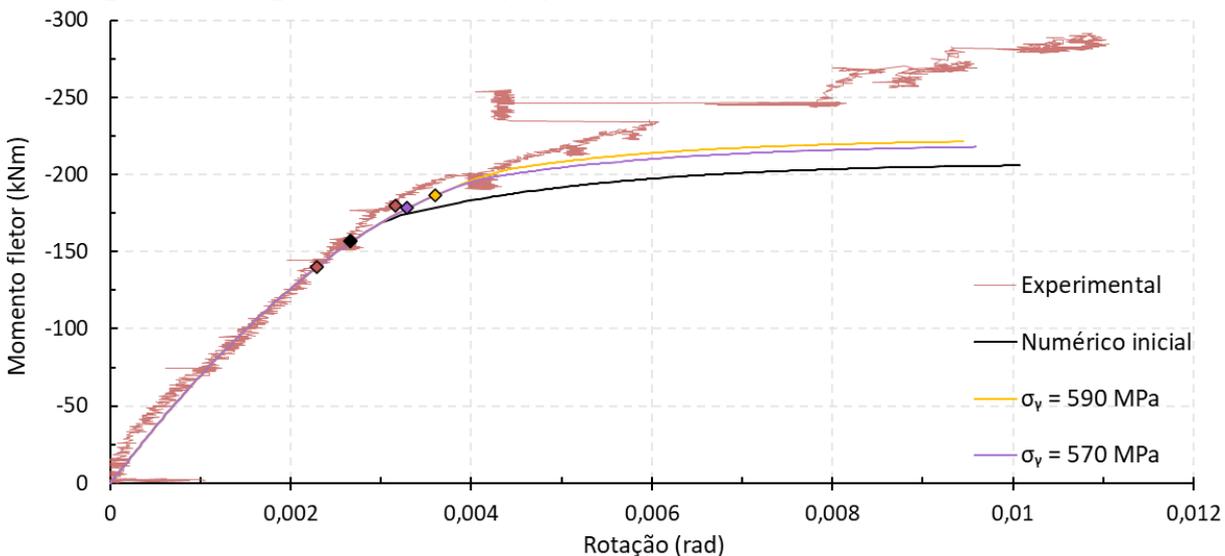
Tabela 4.4 – Tensões médias de escoamento das armaduras de 16 mm de diâmetro

Estudo	σ_y (MPa)	Estudo	σ_y (MPa)
Kataoka (2011)	592 MPa	Oliveira Júnior (2012)	573 MPa
Bellucio (2016)	587 MPa	Trota (2012)	563 MPa
Kochem (2018)	593 MPa	Prado (2014)	574 MPa

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme a Tabela 4.4, as tensões de escoamento podem ser resumidas a valores próximos a 590 MPa (KATAOKA, 2011; BELLUCIO, 2016; KOHEM, 2018) e 570 MPa (TROTTA, 2012; OLIVEIRA JÚNIOR, 2012; PRADO, 2014). Visando avaliar o efeito desta variação no comportamento da ligação, as curvas momento-rotação para $\sigma_y = 570$ MPa e $\sigma_y = 590$ MPa foram discretizadas no Apêndice B e C, respectivamente, e ilustradas na Figura 4.10.

Figura 4.10 – Diagrama momento-rotação para distintos escoamentos da armadura de continuidade



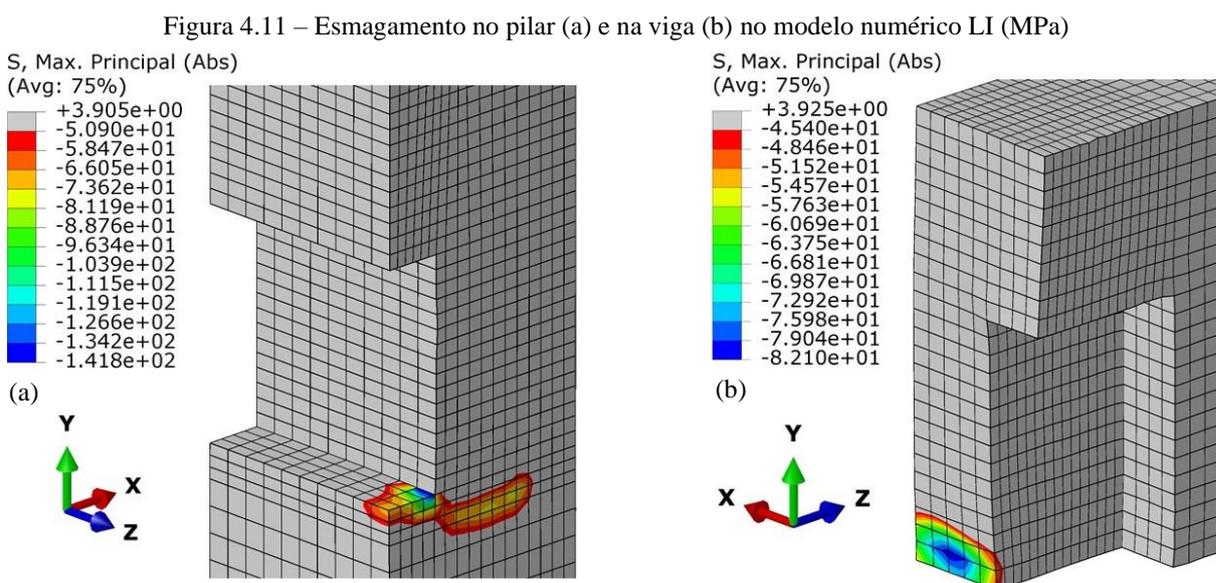
Fonte: Elaborado pela autora.

A partir da Figura 4.10, observa-se que a elevação da tensão de escoamento de 570 MPa para 590 MPa resultou em um incremento de apenas 1,6% no momento resistente. Porém, em comparação com o uso anterior da tensão nominal (500 MPa), estas novas tensões de escoamento promoveram não só uma maior aproximação à curva experimental, como também um aumento superior a 5,8% em seu momento resistente.

A diferença mais expressiva entre as curvas com σ_y iguais a 590 MPa e 570 MPa ocorre na iminência do escoamento da armadura de continuidade, conforme os pontos indicados na Figura 4.10. Como a curva momento-rotação com $\sigma_y = 570$ MPa se mostrou mais próxima dos resultados experimentais nestes pontos, ela foi adotada como referência no presente estudo. Vale ressaltar que a tensão de escoamento da armadura de continuidade não foi incluída na

análise paramétrica devido à sua pequena variação na literatura. Por outro lado, a tensão de escoamento do consolo metálico (aço ASTM A36) apresenta uma ampla faixa de valores, justificando a sua inclusão na análise paramétrica, conforme descrito no item 4.3.1.

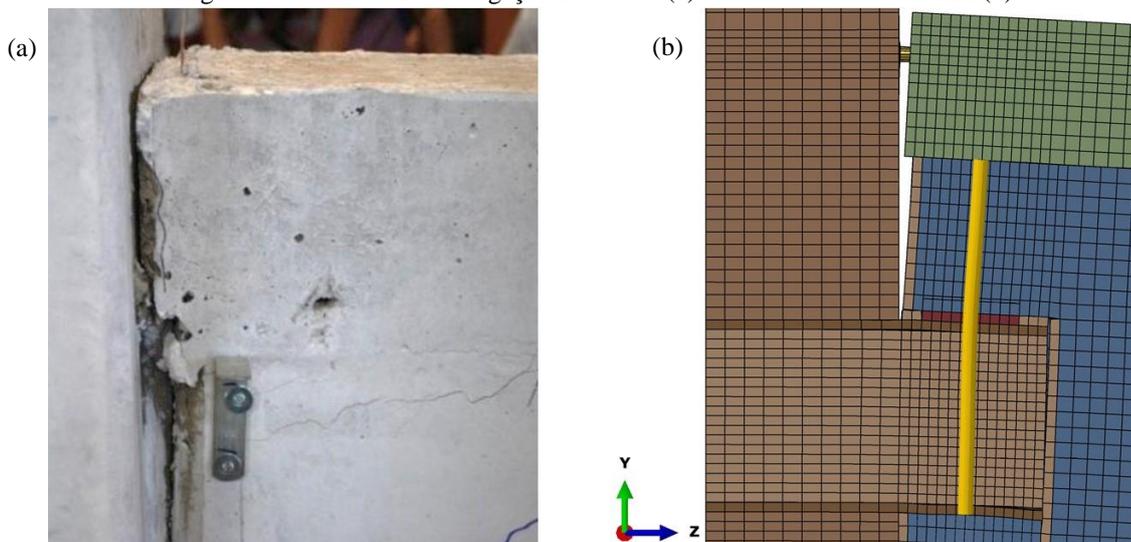
Tendo em vista a nova referência do modelo numérico ($\sigma_y = 570 \text{ MPa}$), a iminência de escoamento do consolo metálico foi atualizada para um carregamento de 360 kN em cada célula de carga, com um correspondente momento fletor de -192 kNm. Ademais, foram observados esmagamentos do pilar (Figura 4.11a) e da viga (Figura 4.11b) na região inferior da ligação, a partir de um carregamento de 320 kN e 290 kN, respectivamente. Entretanto, tais constatações também não foram avaliadas no estudo de Bachega (2013). A Figura 4.11 ilustra as tensões máximas principais (absolutas) que excederam a resistência à compressão dos elementos ao final do processamento, porém destaca-se que a concentração de tensões no vértice do nicho do pilar (canto vivo) é característica das modelagens com o MEF (PILKEY, 1997).



Fonte: Elaborado pela autora.

Enquanto a região inferior da ligação transferiu esforços de compressão, segundo a Figura 4.11, a sua zona superior esteve solicitada à tração. Tendo em vista que as interações de contato foram inseridas nas interfaces dos elementos, esses esforços de tração promoveram separações. Assim, a comparação das aberturas obtidas no estudo de Bachega (2013) e no modelo numérico é ilustrada nas Figuras 4.12a e 4.12b, respectivamente. Um fator de escala de deformação igual a 5 foi adotado para facilitar a visualização da simulação, mas seu real valor se manteve inferior a 3 mm.

Figura 4.12 – Aberturas da ligação no ensaio (a) e no modelo numérico LI (b)



Fonte: (a) Bachega (2013) e (b) Elaborado pela autora.

No estudo de Bachega (2013), embora as aberturas não tenham sido mensuradas, o efeito do descolamento da capa de concreto esteve presente nos diagramas momento-rotação do ensaio experimental, gerando o patamar horizontal das Figuras 4.9 e 4.10, como supracitado. Segundo o autor, tal fenômeno foi observado somente após um carregamento de 350 kN em cada CC. No entanto, no modelo numérico, devido às interações adotadas, essas aberturas ocorreram de modo incremental desde o início da simulação, intensificando-se com o escoamento do consolo metálico (360 kN).

Por outro lado, o padrão de fissuração do modelo LI experimental foi indicado por Bachega (2013), viabilizando a sua comparação com os resultados numéricos. Para avaliar esse padrão no *software* Abaqus 2021[®], fez-se necessário considerar a variável de dano à tração (DAMAGET ou d_t). Ressalta-se que o dano apenas foi abordado para este resultado específico, uma vez que aumentou significativamente o tempo de processamento do modelo, sem influir nas demais análises. Para isso, foi contemplada a Equação (56), fornecida no manual do *software* (DASSAULT SYSTEMES, 2015), que resultou nos valores dispostos na Tabela 4.5.

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \quad (56)$$

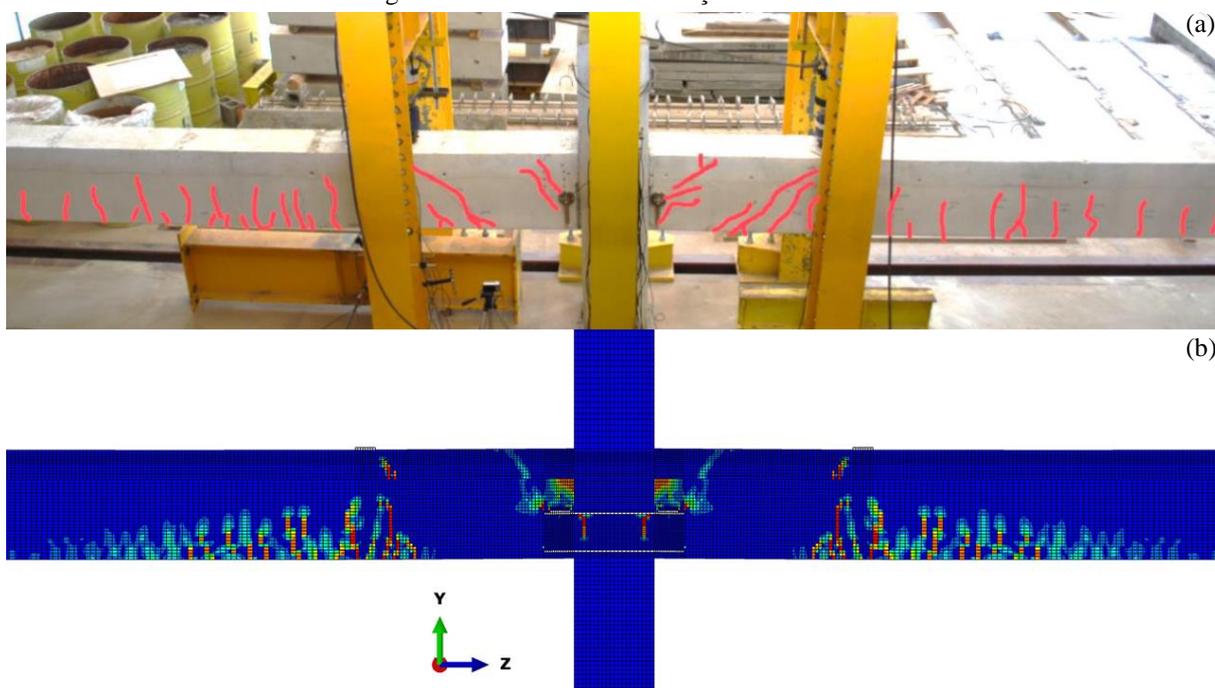
Tabela 4.5 – Variáveis de dano à tração

Graute		Pilar		Viga		Capa	
d_t (MPa)	w_k (mm)						
3,971	0,000	3,987	0,000	3,706	0,000	2,982	0,000
0,794	0,039	0,797	0,038	0,741	0,040	0,596	0,047
0,040	0,187	0,040	0,184	0,041	0,193	0,033	0,225

Fonte: Elaborado pela autora.

Dessa forma, obteve-se o padrão de fissuração do modelo numérico ilustrado na Figura 4.13b, que foi confrontado com o ensaio experimental (Figura 4.13a). Ressalta-se que a apresentação das fissuras no plano de simetria da modelagem, e não em sua face externa, visou apontar os danos no graute de preenchimento do consolo e na porção da viga acima do mesmo, os quais não puderam ser visualizados no ensaio. Porém, não houve variação do padrão de fissuração entre a face externa e o plano de simetria do modelo numérico. Além disso, utilizou-se a ferramenta de espelho do *software* Abaqus 2021[®] para facilitar a comparação com o arranjo experimental, visto que foi considerada a dupla simetria na simulação.

Figura 4.13 – Padrão de fissuração dos estudos



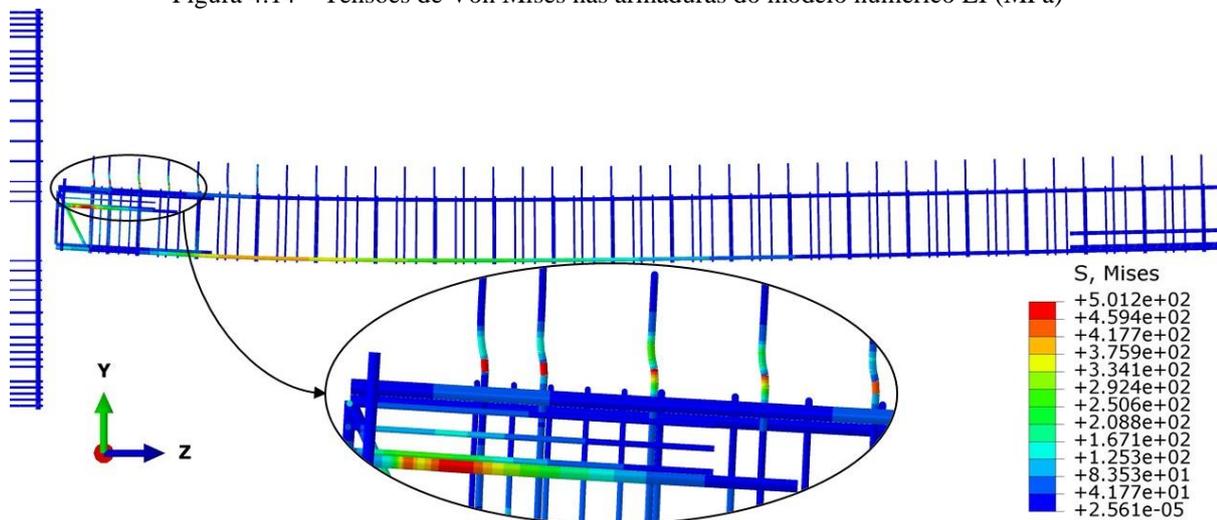
Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 4.13, observa-se que o modelo numérico resultou em fissuras de cisalhamento próximo ao consolo, que se estenderam a capa de concreto, tal como obtido em ensaio. Sob a chapa de carregamento também foram obtidas fissuras inclinadas, ilustrando novamente o cisalhamento. Após essas chapas, houve um predomínio de fissuras de flexão nas vigas, seguindo a mesma tendência de ensaio. Portanto, a comparação do padrão de fissuração entre os estudos foi tomada como satisfatória.

Embora as demais armaduras do modelo físico não tenham sido avaliadas por Bachega (2013), o modelo numérico também forneceu dados relevantes. Ao final do processamento, foi observada a iminência de escoamento dos estribos N8 mais próximos da ligação e do tirante soldado à chapa de apoio da viga, conforme a distribuição de tensões da Figura 4.14. Ambas as

armaduras foram representadas como elementos finitos de viga, juntamente com o chumbador, devido às características de suas solicitações. No entanto, o chumbador se mostrou pouco sollicitado na simulação, com tensões de Von Mises inferiores a 40 MPa, justificando os níveis de simplificações que foram atribuídos a ele no pré-processamento.

Figura 4.14 – Tensões de Von Mises nas armaduras do modelo numérico LI (MPa)



Fonte: Elaborado pela autora.

Ressalta-se que, apesar da excelente aproximação inicial do comportamento do modelo numérico LI ao ensaio de Bacheга (2013), a ausência de informações relevantes para o desenvolvimento deste trabalho contribuiu para a divergência dos momentos fletores últimos. Dentre elas, as tensões de escoamento da armadura de continuidade e do consolo metálico se mostraram relevantes nos modelos. A iminência do escoamento desta armadura é requisitada para avaliar a rigidez da ligação e classificá-la (item 4.2.3), enquanto a influência da tensão de escoamento do consolo é detalhada na análise paramétrica (item 4.3.1), devido à sua variação na literatura. Por fim, os momentos resistentes também podem ser confrontados com o modelo analítico de FIB (2008b), conforme discutido no próximo item.

4.2.2 Validação do modelo LI ao modelo analítico de FIB (2008b)

O cálculo do momento resistente das ligações com consolo metálico embutido no modelo analítico de FIB (2008b) somente inclui como mecanismos resistentes as armaduras de continuidade e o graute de preenchimento do nicho da viga, conforme ilustrado na Figura 2.19. Como consequência, há uma tendência de maior conservadorismo em relação ao modelo numérico LI e ao ensaio experimental de Bacheга (2013).

Os termos demandados para o modelo analítico de FIB (2008b) estão enumerados na Tabela 4.6, em que as tensões resistentes dos materiais não foram minoradas, a fim de se avaliar o conservadorismo apenas das equações. Além disso, tem-se que f_{cm} foi obtido da Tabela 2.2, f_y resultou da validação do modelo numérico ao experimental (Figura 4.10) e as demais variáveis se relacionaram à geometria da ligação.

Tabela 4.6 – Parâmetros de entrada do modelo analítico de FIB (2008b)

f_y (MPa)	f_{cm} (MPa)	w (mm)	d (mm)	A_s (mm ²)
570,00	55,10	100,00	507,00	402,12

Fonte: Elaborado pela autora.

Inicialmente, o modelo analítico requer a determinação da posição da linha neutra (x) a partir do equilíbrio das forças dos mecanismos resistentes, utilizando as Equações (25) e (26) para a armadura de continuidade e o graute de preenchimento, respectivamente. A Equação (57) resulta deste equilíbrio, possibilitando o cálculo direto de x , que é referenciado à face inferior da viga. Por conseguinte, o momento resistente pode ser calculado com auxílio das Equações (27) e (28), conforme disposto na Equação (58).

$$x = \frac{f_y \cdot A_s}{0,85 \cdot (1 - f_{cm}/250) \cdot f_{cm} \cdot w} = \frac{570 \cdot 402,12}{0,85 \cdot (1 - 55,1/250) \cdot 55,1 \cdot 100} = 62,78 \text{ mm} \quad (57)$$

$$M_R = -A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,5 \cdot x) = -402,12 \cdot 570 \cdot (507 - 0,5 \cdot 62,78) = -109015333 \text{ Nmm} \quad (58)$$

É importante ressaltar que o momento resistente de -109,01 kNm, obtido com o modelo analítico de FIB (2008b), relaciona-se ao escoamento das armaduras de continuidade. Sabendo disso, a comparação de seu valor aos correspondentes momentos fletores do modelo numérico LI e do ensaio experimental de Bachega (2013) se encontra destacada na Tabela 4.7. Como as armaduras de continuidade do estudo de Bachega (2013) escoaram para distintos momentos fletores, ambos os valores foram inseridos na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Comparação dos momentos fletores no escoamento da armadura de continuidade no modelo LI

Modelo	Momento fletor (kNm)
Analítico	-109,01
Numérico	-178,12
Experimental	-140,11 / -179,65

Fonte: Elaborado pela autora.

Para o escoamento da primeira armadura de continuidade no ensaio de Bachega (2013), o momento fletor deste instante foi 28,5% maior do que o momento resistente obtido no modelo

de FIB (2008b). Já no caso da segunda armadura experimental e do modelo numérico LI, os acréscimos nos momentos fletores em relação ao modelo analítico foram de 64,8% e 63,39%, respectivamente. Em um estudo anterior, Bidin (2017) havia observado uma diferença próxima a 20% entre os seus resultados experimentais e o modelo analítico de FIB (2008b), mesmo levando em consideração a parcela resistente do chumbador. O autor atribuiu estas discrepâncias à exclusão da resistência das peças mecânicas da ligação no modelo analítico.

Durante a validação do modelo numérico LI em relação ao estudo de Bachega (2013), observou-se que a tensão de escoamento do consolo metálico exerceu influência no comportamento da ligação. No entanto, a parcela resistente deste elemento também não foi incluída no modelo analítico de FIB (2008b), contribuindo para as diferenças observadas na Tabela 4.7. Portanto, o nível de conservadorismo do modelo analítico poderia ser reduzido com um maior detalhamento dos mecanismos resistentes da ligação. Embora um alto nível de conservadorismo favoreça a segurança da estrutura, é importante encontrar um equilíbrio que não comprometa a economia das obras.

4.2.3 Validação do modelo LI à classificação das ligações

A classificação das ligações quanto à transferência de momentos fletores definida na NBR 9062 (ABNT, 2017) requer o cálculo do fator α_R , por meio da Equação (2). Para tanto, é necessário estimar a rigidez secante à flexão da ligação (R_{sec}), a rigidez secante da viga (EI_{sec}) e o vão efetivo da viga (L_{ef}). Uma vez que estes dois últimos parâmetros se relacionam apenas às propriedades dos materiais e à geometria da ligação, são aplicáveis tanto ao modelo numérico quanto ao ensaio experimental de Bachega (2013). Por outro lado, a rigidez da ligação é determinada a partir de cada diagrama momento-rotação, separadamente.

A partir do detalhamento da Figura 3.4, a distância entre centros de rotação nos apoios das vigas, a qual define o seu vão efetivo, equivale a 5830 mm. Já a rigidez da viga é simplificada com a Equação (3), requerendo a determinação prévia do momento de inércia da seção bruta de concreto (I_c) e de seu módulo de elasticidade tangente inicial (E_{ci}). O último pode ser aproximado aos módulos de elasticidade médios obtidos dos ensaios de Bachega (2013), conforme apresentado na Tabela 2.2. Por outro lado, é necessário utilizar as equações da resistência dos materiais para estimar I_c .

Apesar dos termos anteriores se referirem à viga, a capa de concreto também foi considerada nos cálculos, conforme as diretrizes da NBR 9062 (ABNT, 2017). Estes elementos fo-

ram tratados como uma seção composta, devido aos seus distintos materiais (Tabela 2.2). Com isso, o concreto da viga foi assumido como referência para as razões entre os módulos de elasticidade (α_i). A determinação de I_c , por meio da resistência dos materiais, é detalhada na Tabela 4.8, juntamente com as suas respectivas áreas (A_i) e centros geométricos ($y_{cg,i}$). Destaca-se que o valor de y_{cg} para a seção composta equivale a 262,557 mm, com relação à sua face inferior.

Tabela 4.8 – Cálculo do momento de inércia da seção composta viga-capa

Elemento	$E_{cm,i}$ (MPa)	α_i	$y_{cg,i}$ (mm)	$\alpha_i A_i$ (mm ²)	$\alpha_i y_{cg,i} A_i$ (mm ³)	$I_{c,i}$ (mm ³)
Viga	37595,00	1,000	200,00	120000,00	$2,400 \cdot 10^7$	$2,070 \cdot 10^9$
Capa	29521,00	0,785	475,00	35335,68	$1,678 \cdot 10^7$	$1,661 \cdot 10^9$
Total	-	-	-	155335,68	$4,078 \cdot 10^7$	$3,731 \cdot 10^9$

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao relacionar, por meio da Equação (3), o módulo de elasticidade do concreto da viga (referência) e o momento de inércia estimado na Tabela 4.8, obtém-se uma rigidez secante da viga igual a $7,013 \cdot 10^{13}$ Nmm. Em contrapartida, a rigidez da ligação pode ser avaliada de modo analítico ou partindo-se da razão momento-rotação na iminência do escoamento das armaduras de continuidade, por meio dos correspondentes diagramas do modelo numérico e do estudo experimental de Bachega (2013).

A determinação analítica de R_{sec} é viabilizada pela Equação (4), uma vez que a ligação é solicitada por momentos fletores negativos. Os parâmetros necessários para sua determinação dependem do modo de ancoragem das armaduras de continuidade e da tipologia da ligação. Para fins de comparação com as rigidezes do modelo numérico e dos ensaios experimentais, considera-se a ancoragem por bainhas grauteadas e a tipologia ilustrada na Figura 2.4. Assim, foram obtidos os parâmetros dispostos na Tabela 4.9, que também se relacionam aos materiais e à geometria da ligação.

Tabela 4.9 – Parâmetros de entrada para a determinação analítica de R_{sec}

k	L_{ed} (mm)	E_s (MPa)	d (mm)	A_s (mm²)
0,75	400,00	200000,00	507,00	402,12

Fonte: Elaborado pela autora.

A obtenção analítica da rigidez secante à flexão da ligação é destacada na Tabela 4.10, juntamente com as rigidezes decorrentes das razões momento-rotação do modelo numérico e do ensaio de Bachega (2013). Ressalta-se que $M_{y,lim}$ e θ_y representam o momento fletor e a rotação no início do escoamento da armadura de continuidade, como indicado pelos pontos das

curvas da Figura 4.10. Ademais, cada armadura de continuidade do estudo de Bachega (2013) foi analisada separadamente, devido à discrepância entre o início de seus escoamentos.

Tabela 4.10 – Classificação das ligações do modelo LI

Modelo	$M_{y,lim}$ (Nmm)	θ_y (rad)	R_{sec} (Nmm/rad)	α_R	Classificação
Analítico	-	-	$3,876 \cdot 10^{10}$	0,52	Semirrígida (média resistência)
Numérico	$-178,122 \cdot 10^6$	$3,292 \cdot 10^{-3}$	$5,411 \cdot 10^{10}$	0,60	Semirrígida (média resistência)
Experimental	$-140,105 \cdot 10^6$	$2,290 \cdot 10^{-3}$	$6,118 \cdot 10^{10}$	0,63	Semirrígida (média resistência)
	$-179,648 \cdot 10^6$	$3,164 \cdot 10^{-3}$	$5,677 \cdot 10^{10}$	0,61	Semirrígida (média resistência)

Fonte: Elaborado pela autora.

A rigidez da ligação obtida para o estudo experimental de Bachega (2013) apresentou valores superiores às estimativas do modelo numérico LI, com diferenças variando entre 5% e 13%. Estes resultados demonstram uma proximidade entre a simulação e os ensaios experimentais, com uma ligeira tendência conservadora da primeira.

Por outro lado, a rigidez do modelo numérico superou em 40% a previsão da equação analítica da NBR 9062 (ABNT, 2017). Tal diferença pode ser atribuída ao coeficiente de ajustamento da Equação (4), que, apesar de favorecer a segurança de projeto, atribuiu um forte conservadorismo a ele. Ressalta-se que o cálculo analítico de R_{sec} exigiu o confinamento por estribos na região do consolo, o que não ocorreu nos modelos numérico e experimental, reiterando o seu conservadorismo.

Além disso, a Tabela 4.10 destaca os fatores de restrição à rotação, calculados a partir da Equação (2), com base nos valores já estimados de R_{sec} , EI_{sec} e L_{ef} . Com relação a este fator, as diferenças entre os modelos numérico e experimental foram inferiores à 5%, ressaltando a grande proximidade entre os seus resultados. Nesse sentido, o fator obtido com a equação analítica da NBR 9062 (ABNT, 2017) também se mostrou mais próximo ao modelo numérico, passando a equivaler a 86,3% do valor obtido com a simulação.

A partir de α_R , as ligações foram classificadas quanto à transferência de momentos fletores de acordo com os sistemas estabelecidos pela NBR 9062 (ABNT, 2017) e por Ferreira, El Debs e Elliott (2002). Mesmo com o conservadorismo da equação analítica, todos os modelos analisados resultaram em uma mesma classificação: ligação semirrígida de resistência média. Esta tendência também foi observada em estudos similares na literatura, conforme indicado na Tabela 4.11, em que somente uma ligação se classificou como baixa resistência. Nesta tabela, os momentos fletores últimos destes estudos (M_u) também foram destacados.

Tabela 4.11 – Classificação das ligações na literatura

Modelo	M_u (Nmm)	$M_{y,lim}$ (Nmm)	θ_y (rad)	R_{sec} (Nmm/rad)	α_R	Classificação
Numérico ¹	-187,5·10 ⁶	-120,32·10 ⁶	5,2·10 ⁻³	2,314·10 ¹⁰	-	Semirrígida (baixa resistência)
Numérico ²	-102,98·10 ⁶	-53,00·10 ⁶	7,2·10 ⁻³	0,736·10 ¹⁰	0,59	Semirrígida (média resistência)
Analítico ³	-77,95·10 ⁶	-67,50·10 ⁶	5,3·10 ⁻³	1,482·10 ¹⁰	0,745	Semirrígida (média resistência)
Experimental ³	-94,57·10 ⁶	-44,40·10 ⁶	9,9·10 ⁻³	0,955·10 ¹⁰	0,469	Semirrígida (média resistência)
Experimental ⁴	-98,00·10 ⁶	-48,10·10 ⁶	8,7·10 ⁻³	0,553·10 ¹⁰	0,52	Semirrígida (média resistência)

Fonte: ¹Hashim e Agarwal (2018), ²Almohagry *et al.* (2021), ³Bidin (2017) e ⁴Elliott e Hamid (2017).

A Tabela 4.11 exibe uma variedade de valores devido às particularidades de geometrias e materiais de cada estudo, por exemplo, bem como as simplificações adicionadas aos modelos numéricos e analíticos. Além disso, os estudos listados na Tabela 4.11 consideraram pilares de canto, ou seja, vigas conectadas em apenas uma face do pilar, enquanto o presente estudo abrange um pilar interno, com vigas em duas faces. As condições de contorno na extremidade oposta da viga em relação ao pilar também se distinguiram, uma vez que os estudos anteriores assumiram arranjos em balanço, ao passo que Bachega (2013) incorporou um aparelho de apoio. Ainda assim, a classificação do modelo numérico LI se mostrou condizente com a literatura, além de promover uma boa representatividade ao estudo de Bachega (2013).

4.3 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Com base na fundamentação teórica, observou-se a potencial influência de alguns fatores no comportamento das ligações com consolo metálico embutido, conforme discutido no item 2.2.1.6. Como consequência, a análise paramétrica deste estudo contempla: a taxa de armadura de continuidade, a adição de estribos acima do consolo na viga, o espaçamento entre os estribos do pilar e a adição de armaduras verticais soldadas ao consolo.

Além dos fatores anteriores, a tensão de escoamento do consolo metálico também é analisada, conforme as constatações realizadas ao longo da validação do modelo numérico LI ao ensaio experimental de Bachega (2013), apresentadas no item 4.2.1.

4.3.1 Tensão de escoamento do consolo metálico

Na validação do modelo numérico LI com os resultados experimentais de Bachega (2013), discutida no item 4.2.1, observou-se uma relação entre a estabilização dos momentos fletores no diagrama momento-rotação da simulação e o início dos escoamentos da armadura

de continuidade e do consolo metálico. Todavia, as tensões de escoamento de ambos os elementos foram simplificadas por meio de valores nominais, visto que seus valores não foram determinados experimentalmente pelo autor, atribuindo incertezas à análise.

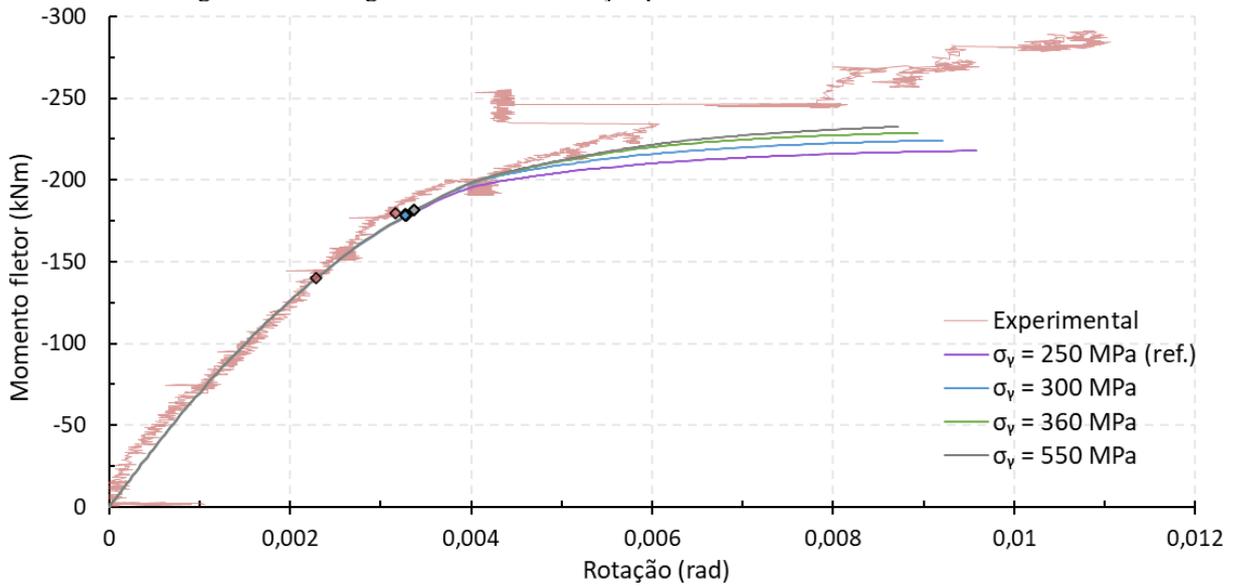
Ainda no item 4.2.1, verificou-se na literatura que os valores experimentais da tensão de escoamento de armaduras CA-50 com 16 mm de diâmetro apresentaram um pequeno intervalo de variação. Por isso, tal fator não foi considerado na análise paramétrica, sendo incorporado à própria validação anterior. Por outro lado, as tensões relacionadas ao aço ASTM A36 podem variar consideravelmente, demandando uma análise mais detalhada.

O modelo numérico definido como referência na etapa de validação apresenta uma tensão de escoamento do consolo metálico igual a 250 MPa, que corresponde ao valor mínimo exigido pela norma A36/A36M (ASTM, 2014). Por outro lado, a análise da variação deste parâmetro foi limitada ao valor máximo da resistência à tração deste material, estabelecido em 550 MPa pela norma mencionada.

Analogamente à análise da armadura de continuidade (aço CA-50), a proximidade temporal e regional ao estudo de Bachega (2013) foi levada em consideração no levantamento bibliográfico da avaliação experimental das tensões de escoamento do aço A36. Visando obter uma amostra mais abrangente sob esta condição, foram consideradas as chapas metálicas com espessuras variando entre 7,5 mm e 12,5 mm. Embora o perfil metálico utilizado por Bachega (2013) tenha cerca de 10 mm de espessura, constatou-se na revisão bibliográfica a ausência de uma correspondência direta entre as espessuras e as tensões de escoamento destas chapas, justificando a ampliação da análise para a faixa de espessuras mencionada.

Trotta (2012) e Bezerra (2011) obtiveram as tensões de escoamento de 258,2 MPa e 258,7 MPa, respectivamente, para chapas de aço A36. Já Prado (2014) realizou dois ensaios, que resultaram nas tensões de 266,8 MPa e 297,3 MPa. Por fim, o estudo de Kataoka (2011) considerou três chapas metálicas, as quais atingiram os escoamentos sob tensões de 271,90 MPa, 350 MPa e 357,3 MPa. Sabendo disso, as tensões de escoamento dos perfis de aço A36 podem ser resumidas no intervalo entre 260 MPa e 360 MPa. A variação deste parâmetro foi analisada por meio dos diagramas momento-rotação para os valores de 250 MPa, 300 MPa, 360 MPa e 550 MPa (resistência à tração limite), conforme as curvas confeccionadas na Figura 4.15, a seguir.

Figura 4.15 – Diagramas momento-rotação para distintos escoamentos do consolo



Fonte: Elaborado pela autora.

Nesta análise paramétrica, o processamento dos modelos foi novamente interrompido com o alcance de um carregamento de 500 kN em cada célula de carga, devido ao elevado custo computacional. Destaca-se que os comportamentos dos modelos numéricos permaneceram consistentes até o início dos escoamentos do consolo metálico, resultando em rigidezes muito próximas, conforme consta na Tabela 4.12. A partir deste instante, os aumentos das tensões de escoamento resultaram em um acréscimo dos momentos fletores na estabilização dos modelos numéricos (M_u), também destacados na Tabela 4.12.

Tabela 4.12 – Respostas dos modelos para a variação da tensão de escoamento do consolo metálico

σ_y (MPa)	M_u (Nmm)	$M_{y,lim}$ (Nmm)	θ_y (rad)	R_{sec} (Nmm/rad)	α_R	Classificação
250 (ref.)	-217,9·10 ⁶	-178,1·10 ⁶	3,29·10 ⁻³	5,41·10 ¹⁰	0,60	Semirrígida (baixa resistência)
300	-224,2·10 ⁶	-178,3·10 ⁶	3,28·10 ⁻³	5,43·10 ¹⁰	0,60	Semirrígida (média resistência)
360	-228,8·10 ⁶	-178,4·10 ⁶	3,28·10 ⁻³	5,44·10 ¹⁰	0,60	Semirrígida (média resistência)
550	-232,5·10 ⁶	-181,4·10 ⁶	3,37·10 ⁻³	5,38·10 ¹⁰	0,60	Semirrígida (média resistência)

Fonte: Elaborado pela autora.

Observou-se um acréscimo mais pronunciado nos momentos fletores nos incrementos iniciais das tensões de escoamento. Para ilustrar, entre 250 MPa e 300 MPa, registrou-se um aumento de 6,36 kNm nos momentos fletores, que equivale a cerca de 3%. Em contrapartida, mesmo em uma faixa mais ampla de tensões, entre 360 MPa e 550 MPa, o acréscimo nos momentos foi de apenas 3,74 kNm (1,6%). Este comportamento é atribuído ao fato de que, para tensões elevadas, como 550 MPa, o escoamento do consolo metálico não foi atingido, enquanto foi efetivamente alcançado para tensões inferiores a 360 MPa. Assim, nos modelos numéricos

com elevadas tensões de escoamento do consolo metálico, a resistência da ligação seria limitada pela armadura de continuidade, o que justifica a redução das variações observadas.

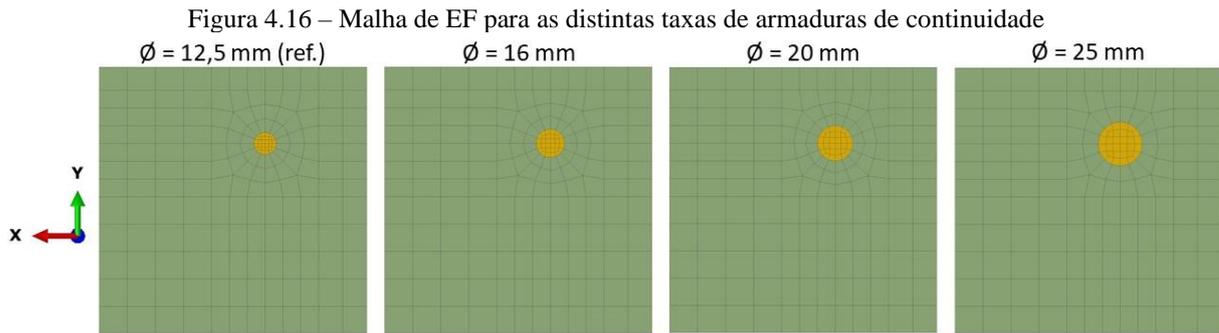
Por fim, ressalta-se que a determinação experimental da tensão de escoamento do consolo metálico contribuiria para uma maior aproximação dos resultados do modelo numérico ao estudo de Bachega (2013), tendo em vista a faixa de valores observada na literatura. Todavia, por conta das limitações do modelo numérico e às lacunas de informações ainda existentes, a simulação ainda não seria capaz de representar os estágios finais da estrutura ensaiada, em que foram observadas deformações e fissurações excessivas.

4.3.2 Taxa de armadura de continuidade

No item 4.2.1, foi observada uma relação entre os momentos fletores últimos dos diagramas momento-rotação dos modelos numéricos e o escoamento da armadura de continuidade. Nessa análise, avaliou-se a influência da determinação experimental da tensão de escoamento das armaduras. Pode-se notar a relevância desse parâmetro por Görgün (1997), o qual observou que a adição das armaduras de continuidade contribuiu para o aumento do momento último, da rigidez e da rotação das ligações, juntamente com as lajes. Por sua vez, o modelo analítico de FIB (2008b) incorporou estas armaduras como mecanismos resistentes, considerando as tensões de escoamento e suas respectivas áreas.

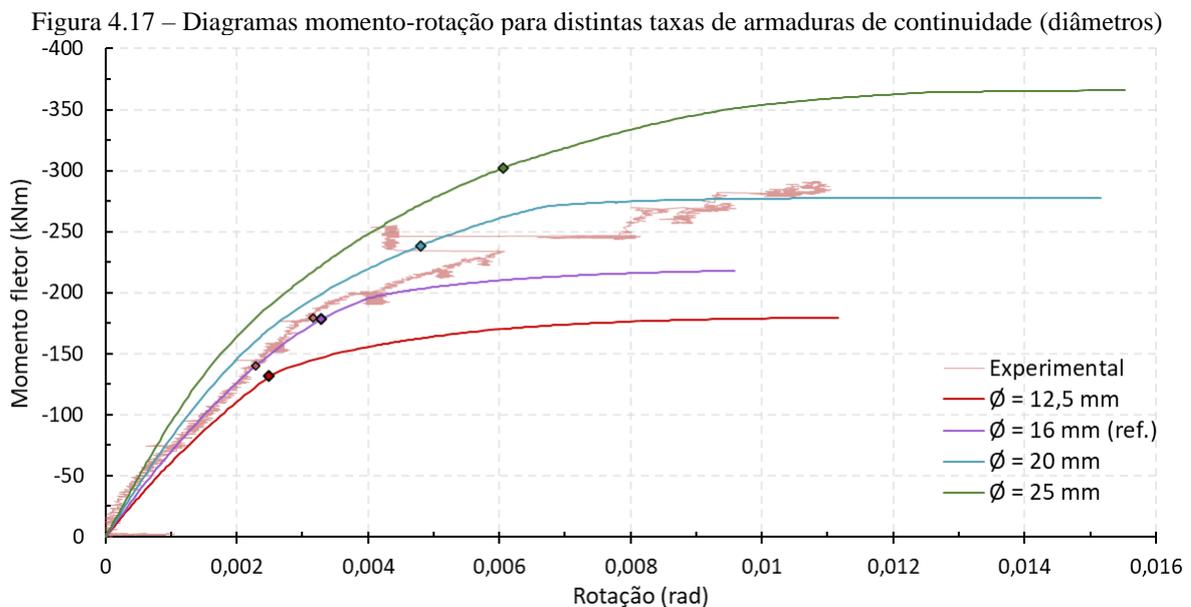
Sendo assim, a taxa de armadura de continuidade foi avaliada nesta análise paramétrica. Tendo em vista o custo computacional e as limitações relacionadas à discretização da malha de elementos finitos, a análise deste parâmetro concentra-se na variação dos diâmetros das armaduras de continuidade e, conseqüentemente, de seus furos no pilar e na capa de concreto. Para garantir a integridade dos resultados, os demais atributos dos modelos numéricos, como interações entre as superfícies e propriedades constitutivas, permanecem inalterados.

No modelo numérico validado ao estudo experimental de Bachega (2013), tomado como referência, as armaduras de continuidade foram dimensionadas com um diâmetro (\emptyset) de 16 mm, o que equivale a uma taxa de 0,12%. Com base nos diâmetros comerciais de vergalhões CA-50 (ARCELORMITTAL, 2023), a análise deste parâmetro engloba as bitolas comumente usadas em estruturas de concreto armado: 12,5 mm (0,07%), 16 mm (0,12%), 20 mm (0,19%) e 25 mm (0,30%); respeitando os limites de dimensionamento da norma NBR 6118 (ABNT, 2014). A Figura 4.16 ilustra as malhas de elementos finitos para cada modelo, com relação às armaduras e à capa de concreto. Buscou-se manter uma distribuição equivalente entre os modelos, ajustando-se a posição dos estribos N8 na seção, quando necessário.



Fonte: Elaborado pela autora.

O processamento dos modelos numéricos com diâmetros de 12,5 mm e 16 mm foi interrompido ao atingir um carregamento de 500 kN em cada célula de carga, novamente devido ao elevado custo computacional e à estabilização dos momentos fletores. Todavia, os modelos com diâmetros de 20 mm e 25 mm ainda não haviam atingido a estabilidade dos momentos fletores neste ponto, o que exigiu a continuidade do processamento até 600 kN e 700 kN, nesta ordem. Sabendo disso, as curvas momento-rotação da análise da variação das taxas de armaduras de continuidade estão ilustradas na Figura 4.17.



Fonte: Elaborado pela autora.

A tendência de comportamento da ligação descrita por Görgün (1997) também foi observada na Figura 4.17, em que o incremento dos diâmetros das armaduras de continuidade resultou em um aumento significativo nos momentos fletores, tanto na iminência de seu escoamento, quanto na sua estabilização. Os valores destes momentos estão discretizados na Tabela 4.13, juntamente com as rigidezes de cada modelo, que foram referenciadas aos pontos de início do escoamento das armaduras de continuidade (ABNT, 2017). Destaca-se que as rotações obtidas nestes pontos também se mostraram maiores com o aumento dos diâmetros.

Tabela 4.13 – Respostas dos modelos para a variação das taxas de armaduras de continuidade (diâmetros)

$\emptyset(\text{mm})$	$M_u(\text{Nmm})$	$M_{y,lim}(\text{Nmm})$	$\theta_y(\text{rad})$	$R_{sec}(\text{Nmm/rad})$	α_R	Classificação
12,5	$-179,7 \cdot 10^6$	$-130,99 \cdot 10^6$	$2,49 \cdot 10^{-3}$	$5,259 \cdot 10^{10}$	0,59	Semirrígida (baixa resistência)
16,0 (ref.)	$-217,9 \cdot 10^6$	$-178,12 \cdot 10^6$	$3,29 \cdot 10^{-3}$	$5,411 \cdot 10^{10}$	0,60	Semirrígida (média resistência)
20,0	$-279,9 \cdot 10^6$	$-238,27 \cdot 10^6$	$4,81 \cdot 10^{-3}$	$4,958 \cdot 10^{10}$	0,58	Semirrígida (média resistência)
25,0	$-365,99 \cdot 10^6$	$-302,08 \cdot 10^6$	$6,06 \cdot 10^{-3}$	$4,984 \cdot 10^{10}$	0,58	Semirrígida (média resistência)

Fonte: Elaborado pela autora.

Até o início do escoamento das armaduras de continuidade nos modelos com diâmetros de 12,5 mm e 16 mm, verificou-se uma tendência linear nos diagramas, uma vez que o escoamento das armaduras ocorreu antes do escoamento do consolo metálico. No entanto, o aumento dos diâmetros para 20 mm e 25 mm postergou o início do escoamento das armaduras, de modo que o consolo passou a escoar primeiro. Essa mudança também influenciou a tendência não-linear inicial observada nas curvas destes últimos dois diâmetros, juntamente com as respectivas rigidezes apresentadas na Tabela 4.13.

A Figura 4.17 ainda evidencia a influência do incremento das taxas de armaduras no aumento da rigidez inicial das ligações, pois resultaram em menores rotações para um mesmo momento fletor. A partir da taxa de armadura obtida com o diâmetro de 20 mm, os modelos numéricos demonstraram rigidez inicial superior ao ensaio experimental de Bachega (2013). Este autor também mencionou que o aumento do diâmetro das armaduras de continuidade contribuiria para a resistência da ligação, reduzindo o destacamento da capa. Conforme suas observações, tal efeito também seria favorecido pela inserção de estribos acima do consolo.

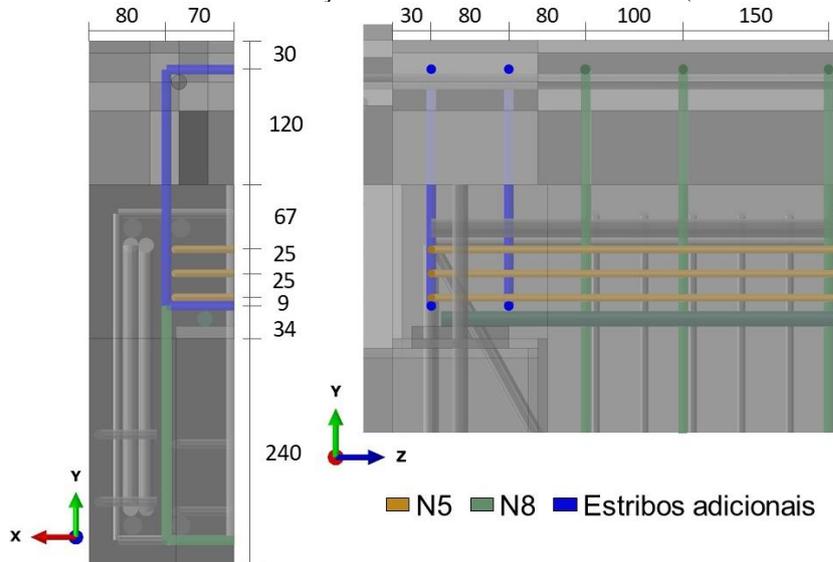
4.3.3 Adição de estribos sobre o consolo metálico na viga

A ausência de estribos acima do consolo metálico na viga teve impacto no modo de ruptura do ensaio de Bachega (2013), segundo o autor. Após a propagação de fissuras de cisalhamento, o trecho da capa de concreto sem estribos manteve-se inerte, como ilustrado na Figura 2.25. Ademais, tanto o modelo analítico da resistência interna de FIB (2008b), quanto o cálculo analítico da rigidez à flexão da ligação da NBR 9062 (ABNT, 2017) requerem a adição de estribos sobre o consolo para a garantia do confinamento das armaduras de continuidade.

Os modelos numéricos de Bahrami *et al.* (2017) e Hashim e Agarwal (2018) incluíram dois estribos acima do consolo metálico, reduzindo os espaçamentos, quando necessário. Tendo isso em vista, a análise paramétrica da adição destes estribos se baseia no arranjo ilustrado na Figura 4.18, em que foram inseridos os dois estribos destacados em azul. Para o posicionamento

destes estribos, as armaduras N5 foram realocadas verticalmente (direção Y), estando também indicadas na Figura 4.18. Além disso, salienta-se que os limites exigidos pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014) para os espaçamentos entre estribos foram respeitados.

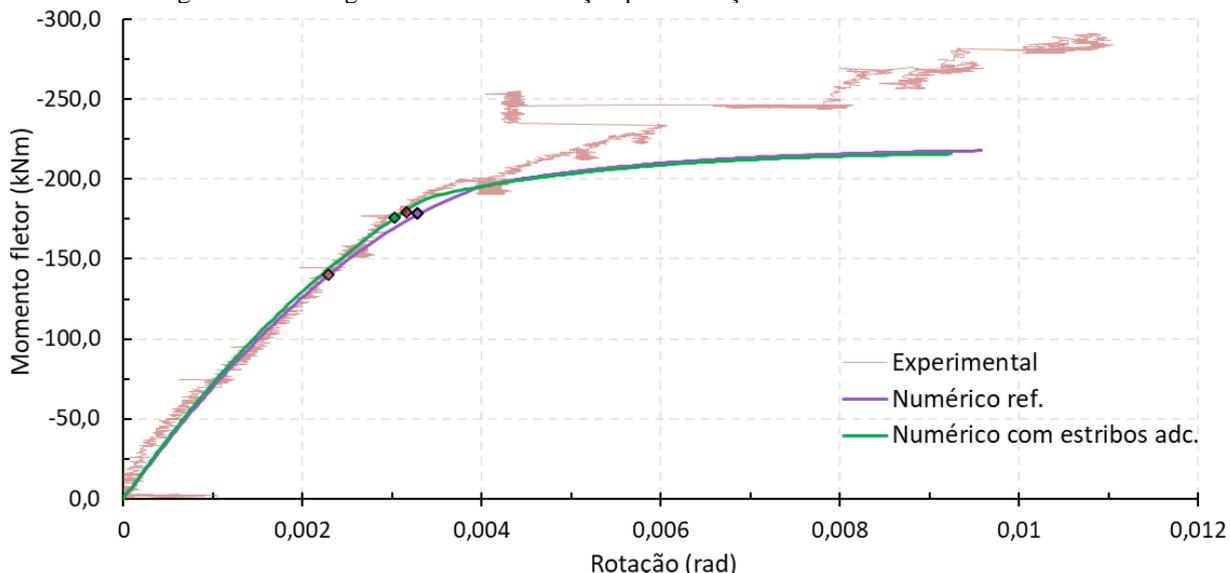
Figura 4.18 – Detalhamento da adição de estribos acima do consolo (dimensões em mm)



Fonte: Elaborado pela autora.

Devido à similaridade das solicitações dos estribos adicionais com as armaduras N8, eles também foram analisados como elementos de viga e com o modelo constitutivo do aço CA-50. Assim, o comportamento do modelo numérico com a adição dos estribos acima do consolo metálico foi comparado ao modelo referênci, por meio dos diagramas momento-rotação da Figura 4.19. Também se destaca que o processamento dos modelos foi interrompido para um carregamento de 500 kN em cada célula de carga.

Figura 4.19 – Diagramas momento-rotação para a adição de estribos acima do consolo



Fonte: Elaborado pela autora.

Apesar da grande proximidade dos momentos fletores na estabilização dos modelos numéricos, observa-se na Figura 4.19 que a adição dos estribos sobre o consolo promoveu um breve aumento da rigidez inicial da ligação. O escoamento das armaduras de continuidade também se iniciou em momentos fletores próximos entre os modelos, porém os estribos adicionais reduziram a sua correspondente rotação, conforme detalhado na Tabela 4.14. Como consequência, estes estribos também aumentaram a rigidez calculada conforme a NBR 9062 (ABNT, 2017).

Tabela 4.14 – Respostas dos modelos para a adição de estribos acima do consolo

Estribos	M_u (Nmm)	$M_{y,lim}$ (Nmm)	θ_y (rad)	R_{sec} (Nmm/rad)	α_R	Classificação
Com	-215,8·10 ⁶	-175,75·10 ⁶	3,03·10 ⁻³	5,806·10 ¹⁰	0,62	Semirrígida (baixa resistência)
Sem (ref.)	-217,9·10 ⁶	-178,12·10 ⁶	3,29·10 ⁻³	5,411·10 ¹⁰	0,60	Semirrígida (média resistência)

Fonte: Elaborado pela autora.

Verificou-se que a inclusão dos estribos acima do consolo metálico resultou em uma ligeira elevação da rigidez da ligação pois incorporou uma restrição ao deslizamento relativo entre a capa de concreto e a viga, contribuindo para a transferência de esforços entre estes elementos. Tal comportamento somente foi possível por conta modelagem dos estribos como elementos finitos de viga, dada a sua solicitação por cisalhamento.

4.3.4 Espaçamento de estribos sob o consolo no pilar

A redução do espaçamento entre estribos do pilar na região da ligação é relacionada por Elliott (2017) à absorção de esforços horizontais, que podem decorrer da não-linearidade geométrica deste elemento. Para pilares internos, as tensões abaixo do consolo metálico embutido são mais expressivas do que acima do mesmo, de modo que os estribos sob o consolo também contribuem no controle de falhas prematuras, segundo Görgün (1997). Por conta disso, a análise da variação do espaçamento dos estribos se restringe à região abaixo do consolo, em que há predominância de esforços de compressão no concreto do pilar.

Apesar de Marcakis e Mitchell (1980) apenas assumirem a redução do espaçamento dos estribos como uma hipótese inicial de seu modelo analítico, Elliott (2017) viabiliza o cálculo da área mínima de estribos a ser inserida em uma faixa com altura de 40% de h_{pi} . Considerando que o pilar analisado no presente estudo possui uma seção quadrada com dimensão do lado igual a 400 mm, obtém-se uma faixa de distribuição de 160 mm de altura.

A determinação das áreas de estribo, segundo o modelo de Elliott (2017), parte do cálculo das forças de compressão acima e abaixo do consolo, conforme as Equações (19) e (20), nesta ordem. Comparando estas equações, observa-se que a Equação (20) apresenta um termo a mais em sua definição, demonstrando a maior significância dos esforços no pilar abaixo do consolo. Além disso, a avaliação dos termos requisitados na Equação (20) foi tratada no item 4.1.2, com exceção de f_{cd} do pilar do modelo LI, que passa a apresentar o valor de 34,60 MPa. Logo, a estimativa da força total de compressão abaixo do consolo é detalhada na Equação (59).

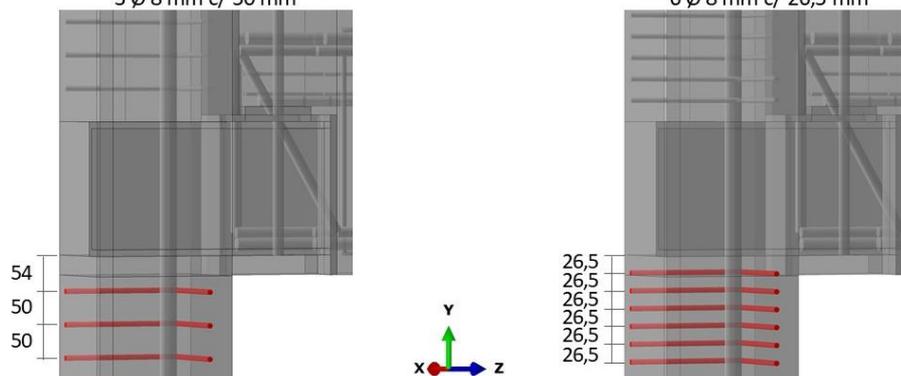
$$F_{\text{abaixo}} = 0,8 \cdot 34,60 \cdot 1,309 \cdot 100 \cdot (0 + 350) = 1268159,2 \text{ N} \quad (59)$$

Para a obtenção das forças transversais a partir de F_{abaixo} , considera-se o coeficiente de ruptura e a tensão de escoamento dos estribos. Com o objetivo de manter uma coerência ao detalhamento das armaduras do modelo numérico referência e evitar a influência dos materiais em seu comportamento, o aço CA-50 e o diâmetro de 8 mm são mantidos, bem como as demais definições do pré-processamento. Já o coeficiente ζ é obtido por interpolação linear na Tabela 2.1, tendo em vista que a razão w/B equivale a 0,25. Logo, a área mínima de aço a ser distribuída na faixa de 160 mm abaixo do pilar é calculada na Equação (60).

$$A_{\text{bst,abaixo}} = \frac{0,1875 \cdot 1268159,2}{500/1,15} = 546,89 \text{ mm}^2 \quad (60)$$

Como a soma das dimensões dos blocos de tensões ($L_2 + L_3$) ao cobrimento do pilar (c_{pi}) é superior à metade de h_{pi} , tem-se que cada ramo dos estribos representa metade da área definida, conforme as relações de Elliott (2017). Com isso, seria preciso incluir seis estribos a cada 26,5 mm na faixa mencionada. Em contrapartida, o modelo numérico referência, que segue o detalhamento de Bachega (2013), apresenta três estribos a cada 50 mm nessa mesma região. Estes arranjos foram ilustrados na Figura 4.20.

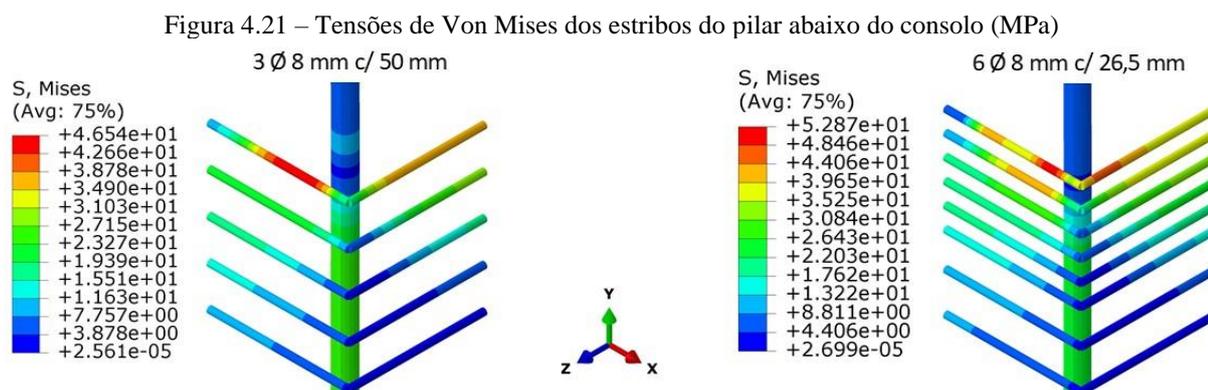
Figura 4.20 – Detalhamento dos espaçamentos dos estribos do pilar (dimensões em mm)
 $3 \varnothing 8 \text{ mm c/ } 50 \text{ mm}$ $6 \varnothing 8 \text{ mm c/ } 26,5 \text{ mm}$



Fonte: Elaborado pela autora.

No entanto, ao se confrontar os dois arranjos da Figura 4.20 não foram observadas alterações no comportamento dos modelos numéricos, de modo que as curvas momento-rotação das ligações coincidiram ao longo de toda a análise. Mesmo com a abordagem da não-linearidade geométrica no processamento, a ausência de ações horizontais aplicadas ao pilar contribuiu para a insignificância das variações das respostas dos modelos.

Na validação do modelo numérico LI aos resultados experimentais de Bachega (2013), tratada no item 4.2.1, foram verificadas significativas tensões de compressão na região do pilar sob o consolo (Figura 4.11), tal como o estudo de Görgün (1997). Porém, a distribuição destas tensões no concreto do pilar também não foi modificada com a variação dos arranjos dos estribos, com influência da interação de embutimento adotada. Dessa forma, somente as tensões de Von Mises destes próprios estribos variaram entre os modelos, conforme ilustrado na Figura 4.21, mas ainda de modo ínfimo.



Fonte: Elaborado pela autora.

A partir desta análise paramétrica, apesar das requisições sobre as reduções dos espaçamentos dos estribos do pilar na região da ligação, verifica-se que este não foi um fator influente para o escopo deste estudo, modificando somente as distribuições de tensões das próprias armaduras.

4.3.5 Adição de armaduras verticais soldadas ao consolo

Nos ensaios experimentais de Marcakis e Mitchell (1980), a adição de armaduras soldadas ao consolo metálico aumentaram a rigidez e a resistência de ligações de pilares de canto. Para considerar este efeito, tais armaduras incorporaram uma parcela adicional no cálculo das resistências nos modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017), conforme as Equações (9) e (12), respectivamente. O último modelo indica que estas armaduras apenas seriam demandadas diante da sobreposição dos blocos de tensões do concreto do pilar sob o consolo metálico.

Ao longo da validação do modelo numérico PI em relação ao modelo analítico de Elliott (2017), tratada no item 4.1.2, foram aplicadas simplificações para avaliar um arranjo simétrico, sem considerar folgas ou tolerâncias. Nesse contexto, constatou-se a ausência de sobreposição dos blocos de tensões, de modo que o concreto do pilar resistiu isoladamente à solicitação. Conseqüentemente, torna-se dispensável a incorporação de armaduras soldadas ao consolo metálico como requisito para a resistência da ligação, sendo considerada apenas como um acréscimo opcional. Neste caso, a determinação das áreas destas armaduras não segue o processo descrito por meio das Equações (23) e (24).

Quanto à inclusão opcional das armaduras soldadas ao consolo, Elliott (2017) indica a atribuição de áreas iguais ($A_s = A_s'$), conforme o detalhamento da Figura 2.16b. Considerando a simetria do modelo, pode-se estimar as áreas destas armaduras por meio da Equação (61), que simplifica as relações de Elliott (2017). Para atender ao requisito de um cobrimento mínimo de 50 mm (referente ao centro das armaduras), adotou-se um espaçamento ($s - s'$) de 300 mm. Além disso, a tensão de escoamento (f_{yk}) do aço CA-50 foi utilizada visando manter uma coerência com as demais armaduras do pilar.

$$A_s = \frac{0,5 \cdot 0,8 \cdot f_{cd} \cdot w \cdot S_q \cdot L_2 \cdot c_{pi}}{0,87 \cdot f_{yk} \cdot (s - s')} \quad (61)$$

Como os parâmetros c_{pi} , w , L_2 e S_q se relacionam somente à geometria, os seus valores foram mantidos iguais às determinações do item 4.1.2, ou seja, 25 mm, 100 mm, 350 mm e 1,309, respectivamente. Por outro lado, como a resistência do concreto dos pilares dos modelos numéricos PI e LI diferem entre si, considera-se uma resistência à compressão de cálculo de 34,60 MPa, e não o valor abordado anteriormente (22,66 MPa).

Sabendo disso, obteve-se uma área de 121,47 mm² para cada armadura vertical soldada ao consolo metálico, a qual seria atendida para diâmetros superiores à 12,5 mm. Contudo, como busca-se avaliar o efeito da adição destas armaduras na resistência e na rigidez da ligação, adotou-se um diâmetro (\emptyset) de 20 mm (área de 314 mm²) visando ampliar quaisquer diferenças de comportamento.

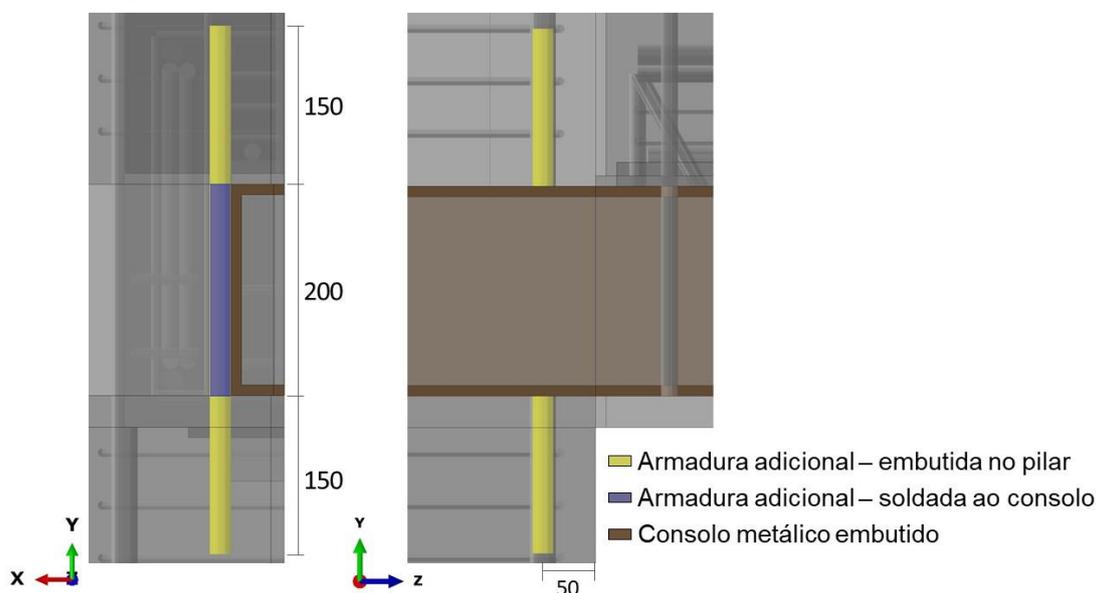
Para viabilizar o escoamento das armaduras adicionais, deve-se garantir os comprimentos de ancoragem detalhados na Figura 2.16b. Estas armaduras apresentam boas condições de ancoragem, tendo em vista a sua solicitação à compressão e a disposição vertical, (EN 1992-1-1, 2004). Para este caso, o Eurocode 2 determina o comprimento básico de ancoragem ($\ell_{b,rqd}$) por meio da Equação (62), que está calibrada para diâmetros (\emptyset) inferiores a 32 mm. Destaca-

se que f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo da armadura adicional (434,78 MPa) e f_{ctd} é a resistência à tração de cálculo do concreto do pilar (3,99 MPa).

$$\ell_{b,rqd} = \frac{\emptyset}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{2,25 \cdot f_{ctd}} \quad (62)$$

Nesse contexto, o comprimento total de ancoragem corresponde a 242,34 mm. De acordo com a Figura 2.16b, é necessário que pelo menos metade dessa dimensão transpasse o consolo metálico, tanto na parte superior quanto na inferior. No entanto, a fim de ampliar a análise do comportamento da ligação, optou-se por adotar um comprimento de transpasse de 150 mm, conforme ilustrado na Figura 4.22.

Figura 4.22 – Detalhamento da armadura vertical soldada ao consolo metálico



Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 4.22 também indica sobre as interações adicionadas à armadura vertical na modelagem. Assim, entre o trecho soldado da armadura e o consolo metálico foi considerada a interação de aderência perfeita, enquanto os demais trechos foram embutidos ao concreto do pilar. Ressalta-se que somente uma armadura foi incorporada ao modelo numérico devido à imposição de dupla simetria.

Mesmo com as considerações realizadas visando ampliar os possíveis efeitos decorrentes da adição da armadura vertical soldada ao consolo embutido, o diagrama momento-rotação de seu modelo numérico coincidiu com o modelo referência, similarmente ao observado no item 4.3.4. Além disso, as tensões de Von Mises distribuídas ao longo desta armadura se mostram inferiores a 42 MPa, demonstrando a sua baixa sollicitação.

A adição das armaduras verticais em ligações de pilares internos também foi abordada no estudo de Bahrami *et al.* (2017), no qual um carregamento horizontal foi aplicado no pilar. Esta solicitação promoveu um deslizamento lateral do consolo, o qual foi amenizado pela inserção das armaduras verticais, segundo os autores. Além disso, Bahrami *et al.* (2017) observaram um aumento na estabilidade e resistência ao cisalhamento da ligação nessa configuração específica. No entanto, no escopo deste estudo, no qual as cargas são aplicadas nas vigas, constatou-se que as modificações realizadas nas armaduras do pilar não acarretaram mudanças significativas no comportamento da ligação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As modelagens numéricas têm se mostrado ferramentas valiosas no estudo do comportamento das ligações viga-pilar, uma vez que estas ligações apresentam uma relativa complexidade e demandam vários ensaios experimentais na ausência desse recurso. Dessa forma, é possível iniciar a análise com resultados experimentais limitados, extrapolando suas conclusões. Neste sentido, a continuidade do estudo de Bachega (2013) leva em consideração não só as sugestões do autor, como também fatores de influência definidos na literatura.

Todavia, antes de extrapolar os resultados experimentais, é crucial calibrar o modelo numérico. A ligação viga-pilar abordada neste estudo inclui um consolo metálico embutido, armaduras de continuidade e o preenchimento dos nichos com graute. Além disso, as vigas pré-moldadas são apoiadas em sua outra extremidade por dispositivos com elastômeros. Com o objetivo de simplificar a construção do modelo numérico do arranjo completo, denominado LI, também foi ponderado o comportamento isolado do pilar pré-moldado de concreto com o consolo (modelo PI). Para a análise de ambos os modelos, foi utilizado o método dos elementos finitos, empregando o *software* Abaqus 2021[®].

Devido ao custo computacional associado ao maior refinamento das simulações, foram necessárias algumas simplificações, como a consideração da dupla simetria do arranjo de ensaio, embora as respostas experimentais apresentem incertezas e imprecisões que as afastam desta condição idealizada. Além disso, para complementar os dados experimentais de Bachega (2013), foram utilizados valores nominais para alguns parâmetros do modelo, como as tensões de escoamento das peças metálicas.

Nesse sentido, as peças metálicas foram representadas por meio do modelo elastoplástico perfeito associado à plastificação de Von Mises, enquanto utilizou-se o modelo CDP para o concreto. A almofada de elastômero foi analisada por meio do modelo hiperelástico de Yeoh, considerando a não-linearidade geométrica e a utilização de elementos finitos sólidos híbridos. Quanto às armaduras, foram modeladas como elementos de treliça, com exceção dos estribos N8, chumbador e tirante, que foram solicitados transversalmente e, por isso, retratados como elementos de viga. Já a armadura de continuidade, as peças de concreto e as demais peças metálicas foram representadas por elementos sólidos.

Para compatibilizar os diferentes elementos, foram inseridas interações de contato, aderência perfeita e embutimento, que também se fundamentaram em implementações similares na literatura. Além disso, as condições de contorno impostas visaram uma maior aproximação da realidade de ensaio, em que o carregamento vertical incremental foi imposto sobre a viga.

Dessa forma, a validação dos modelos numéricos PI e LI foi realizada considerando os resultados experimentais de Bachega (2013), os modelos analíticos e a classificação das ligações quanto a rigidez à flexão. Na análise paramétrica, foram abordadas as variações de fatores estabelecidos na literatura: taxa de armadura de continuidade, presença de estribos sobre o consolo na viga, espaçamento dos estribos do pilar na região da ligação e a inclusão de armaduras soldadas ao consolo metálico. Adicionalmente, levando em conta a influência identificada durante a validação do modelo LI, a tensão de escoamento do consolo metálico também foi considerada na análise paramétrica.

5.1 CONCLUSÕES

As conclusões deste trabalho podem ser divididas quanto ao comportamento dos modelos PI e LI, além da análise paramétrica.

5.1.1 Conclusões quanto ao modelo PI

A validação do modelo numérico PI com base nos resultados experimentais de Bachega (2013) se concentrou na análise dos diagramas força-deslocamento. Apesar das acomodações de ensaio e das simplificações do modelo numérico, como a aplicação da dupla simetria e a limitação dos valores de algumas propriedades constitutivas, os resultados obtidos foram considerados satisfatórios. Destaca-se que um maior conservadorismo da simulação foi obtido para as medições mais próximas às bordas livres do consolo, enquanto os pontos mais internos demonstraram uma maior aproximação com os resultados experimentais.

Ao extrapolar o diagrama força-deslocamento do modelo numérico até o final do processamento, comparou-se a sua resistência com os modelos analíticos de PCI (2010) e Elliott (2017), para a simetria do arranjo. O modelo de Elliott (2017) resultou no mesmo modo de falha do modelo numérico, ou seja, esmagamento do concreto. Dessa forma, a simulação promoveu uma capacidade limitante 2,5% superior aos resultados deste modelo, demonstrando uma boa representatividade. Já o modelo de PCI (2010) estimou a falha por cisalhamento do consolo, com uma diferença de capacidade resistente de 26,7% em relação à simulação. Todavia, ao ponderar-se o limite de excentricidade de PCI (2010), seu modo de falha coincidiu com o modelo numérico e a diferença apresentada foi reduzida para 6,1%.

Por fim, constatou-se que as hipóteses dos modelos analíticos a respeito da distribuição de tensões do concreto do pilar sob o consolo mostraram-se mais conservadoras do que os resultados do modelo numérico. No entanto, uma única exceção foi observada nas proximidades das faces do pilar, em que as concentrações de tensões do MEF em cantos vivos influenciaram a superioridade das magnitudes das tensões do modelo numérico, segundo Pilkey (1997).

5.1.2 Conclusões quanto ao modelo LI

Ao analisar os diagramas força-deslocamento do consolo metálico, verificou-se que o modelo numérico apresentou uma rigidez maior em comparação aos resultados experimentais de Bacheга (2013), com deslocamentos inferiores em 30% para um mesmo carregamento. Porém, observou-se uma notável acomodação no ensaio, a qual, devido à amplitude de medição dos deslocamentos, revelou-se significativa, como constatado por uma diferente tendência obtida a partir do diagrama momento-rotação.

Embora o escoamento da armadura de continuidade tenha iniciado com um carregamento superior ao ensaio experimental, o seu momento fletor correspondente (estimado na face do pilar) se mostrou condizente com as armaduras ensaiadas. Destaca-se, mais uma vez, a influência da imposição da dupla simetria no modelo numérico, bem como a simplificação de um grauteamento uniforme nas juntas da ligação, o que favorece a transferência dos esforços, e as interações e modelos constitutivos adotados.

Assim, o diagrama momento-rotação do modelo numérico apresentou uma ótima aproximação inicial aos resultados experimentais. Entretanto, a partir do escoamento do consolo metálico e da armadura de continuidade, os momentos máximos obtidos com a simulação corresponderam a 70% dos valores experimentais. Essa diferença foi amplamente influenciada pela adoção de valores nominais para as tensões de escoamento destas peças metálicas, os quais são relativamente inferiores aos valores experimentais, conforme constatado na literatura. Ao considerar uma tensão de escoamento de 570 MPa para a armadura de continuidade, a razão mencionada aumentou para 75%.

As simplificações acerca do aparelho de apoio na outra extremidade da viga, bem como a abordagem diferente em relação à determinação das rotações, também contribuíram para as disparidades observadas. Além disso, o modelo numérico não foi capaz de reproduzir adequadamente o estado dos elementos nas fases finais do ensaio experimental, quando ocorreram fissuras e deformações excessivas, além de destacamentos abruptos.

No entanto, os momentos fletores e as rotações na iminência do escoamento das armaduras de continuidade apresentaram grande proximidade entre o modelo numérico e o físico, resultando em diferenças de rigidez secante da ligação entre 5% e 13%, com a simulação mostrando-se ligeiramente menos rígida. Como consequência, tanto as ligações do modelo numérico quanto as do ensaio experimental foram classificadas como semirrígidas de resistência média, corroborando a tendência observada na literatura. De maneira similar, o cálculo analítico da rigidez, conforme a NBR 9062 (ABNT, 2017), também resultou na mesma classificação, porém mostrou-se excessivamente conservador devido ao seu coeficiente de ajuste.

A determinação analítica dos momentos resistentes de acordo com FIB (2008b) também apresentou um alto grau de conservadorismo, pois engloba apenas as armaduras de continuidade e o graute de preenchimento como mecanismos resistentes, enquanto a resistência do modelo numérico também se relacionou ao consolo metálico, por exemplo. Portanto, os resultados obtidos tanto no modelo numérico quanto nos experimentos apresentaram momentos resistentes até 65% superiores em relação aos valores obtidos pela análise analítica.

5.1.3 Conclusões quanto à análise paramétrica

Durante a validação do modelo numérico LI com o estudo de Bachege (2013), evidenciou-se que a tensão de escoamento do consolo metálico desempenha um papel significativo no comportamento das ligações. Inicialmente, um valor nominal foi considerado, mas para considerar a sua variação, foram avaliados ensaios experimentais na literatura. A análise revelou que o aumento dessas tensões resultou em um acréscimo nos momentos fletores na estabilização da simulação, especialmente nos estágios iniciais, em que o escoamento do consolo foi efetivamente atingido. No entanto, poucas variações de comportamento foram observadas para tensões superiores a 360 MPa, para as quais somente as armaduras de continuidade escoariam.

No entanto, o parâmetro que exerceu a influência mais significativa no comportamento das ligações foi a taxa de armadura de continuidade, a qual foi avaliada considerando diferentes diâmetros. Essa análise revelou não apenas um aumento nos momentos fletores na estabilização da simulação com o incremento dos diâmetros, mas também nos momentos e rotações na iminência do escoamento dessas armaduras e nas rigidezes iniciais. A cada aumento no diâmetro comercial, observou-se um acréscimo de aproximadamente 30% nos momentos fletores. Todavia, as rigidezes das ligações calculadas de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) permaneceram próximas aos resultados anteriores.

A adição de estribos acima do consolo metálico na viga, por sua vez, resultou em um discreto aumento na rigidez inicial da ligação, pois restringiu o deslizamento entre a capa e a viga, o que promoveu uma redistribuição interna de esforços. Vale ressaltar que este efeito somente foi observado devido à modelagem dos estribos como elementos finitos, considerando que sua sollicitação seria predominantemente ao cisalhamento.

Por fim, as modificações nas armaduras do pilar, tanto no espaçamento entre os estribos quanto na adição de armaduras verticais soldadas ao pilar, não tiveram influência significativa no comportamento da ligação. Com base no estudo de Bahrami *et al.* (2017), a aplicação de um carregamento vertical na viga pode ter reduzido o efeito destes parâmetros, uma vez que os autores observaram alterações no comportamento das ligações para a imposição de um carregamento lateral ao pilar.

5.2 SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Com base na influência dos deslizamentos relativos entre os elementos da ligação no comportamento do modelo numérico e considerando a limitação na literatura em relação aos valores dos coeficientes de atrito entre diferentes materiais, como concreto, peças metálicas e elastômeros, sugere-se a realização de estudos experimentais e análises paramétricas para avaliar tais coeficientes.

Além disso, propõe-se a análise da imposição de carregamentos em outras localizações, a fim de avaliar a influência de modificações em outros elementos do modelo, como as variações das armaduras do pilar. Nesse sentido, também sugere-se a consideração de um arranjo de ligação em que apenas o concreto do pilar não seja suficiente para resistir ao carregamento, exigindo a contribuição das armaduras soldadas ao consolo, para uma melhor análise deste parâmetro.

Por fim, recomenda-se uma atualização do modelo analítico utilizado para determinar a resistência interna da ligação. O modelo atual, que considera apenas as armaduras de continuidade e o graute de preenchimento, demonstrou ser notavelmente conservador. Ademais, a tensão de escoamento do consolo metálico, que foi observada como influente na avaliação do modelo numérico, não é contemplada no modelo atual. Portanto, um maior detalhamento dos mecanismos resistentes pode reduzir o conservadorismo do modelo analítico e favorecer dimensionamentos mais econômicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOHAGRY, A. A.; IBRAHIM, Z.; ATHAR, F. A.; HANIF, M. U.; ZAKI, A. Performance of precast beam to column connection with billet connector using FEM. **Advances in Engineering Research**. [S. l.], v. 199, p. 55-59, Fev. 2021.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM A36/A36M**: Standard Specification for Carbon Structural Steel. West Conshohocken, 2014.

ARCELORMITTAL. **Vergalhão ArcelorMittal CA 50 S – Soldável**. Disponível em: <https://brasil.arcelormittal.com/produtos-solucoes/construcao-civil/vergalhao-arcelormittal-ca-50-s-soldavel>. Acesso em: 28 abr. 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16868-1**: Alvenaria estrutural – Parte 1: Projeto. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.

BACHEGA, L. A. **Estudo teórico-experimental de ligação viga-pilar com consolo metálico embutido em estruturas pré-moldadas de concreto**. 2013. 146p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

BAHRAMI, S.; MADHKHAN, M.; SHIRMOHAMMADI, F.; NAZEMI, N. Behavior of two new moment resisting precast beam to column connections subjected to lateral loading. **Engineering Structures**, [S. l.], v. 132, p. 808-821, Fev. 2017.

BARLATI, G. B. **Simulação de comportamento de ligações semirrígidas entre vigas e pilares pré-fabricados por meio de modelagem computacional**. 2020. 123 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Estruturas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

BARMA, P. Optimisation of beam-column connections in precast concrete construction. **International Journal of Civil Engineering and Technology**, [S. l.], v. 8, n. 8, p. 772–779, Ago. 2017.

BELLUCIO, E. K. **Comportamento de chumbadores embutidos em concreto com fibras de aço para ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. 2016. 153 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

BEZERRA, L. M. **Estudo teórico-experimental da ligação entre pilares mistos preenchidos e vigas pré-moldadas de concreto**. 2011. 244 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

BIDIN, W. N. W. **Full scale testing of precast beam to column connection using billet connector and beam half joint subjected to reversible loading**. 2017. 136p. Dissertação

(Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Malaya, Kuala Lumpur, 2017.

CHAVES, R. J. S. **Análise numérica da contribuição da chave de cisalhamento em ligações pilar-viga com consolo e utilizando almofada elastomérica no apoio da viga.** 2021. 171 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021.

DASSAULT SYSTÈMES. **Abaqus 2016 Online Documentation.** 2015. Disponível em: <http://130.149.89.49:2080/v2016/books/usi/default.htm>. Acesso em: 23 mar. 2022.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações.** 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2017.

ELLIOTT, K. S. **Precast concrete structures.** 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2017. 694 p.

ELLIOTT, K. S.; HAMID, Z. A. Research and development towards the optimisation of precast concrete structures. In: ELLIOTT, K. S.; HAMID, Z. A. (ed.). **Modernisation, mechanisation and industrialisation of concrete structures.** Chichester: Wiley-Blackwell, 2017. Cap. 4. p. 149-175.

ELLIOTT, K. S.; JOLLY, C. K. Design of connections and joints. In: ELLIOTT, K. S.; JOLLY, C. K. **Multi-storey precast concrete framed structures.** 2. ed. Chichester: Wiley-Blackwell, 2013. p. 375-545.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **EN 1992-1-1:** Eurocode 2 – Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **EN 1993-1-4:** Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1.4: General rules - Supplementary rules for stainless steels: General rules and rules for buildings. Brussels, 2006.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – FIB. **FIB bulletin 42:** Constitutive modelling of high strength / high performance concrete. Lausanne: Sprint-Digital-Druck, 2008a.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – FIB. **FIB bulletin 43:** Structural connections for precast concrete buildings. Stuttgart: Sprint-Digital-Druck, 2008b.

FERREIRA, M. A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado.** 231p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

FERREIRA, M.; ELLIOTT, K. S.; DE ARANJO, D.; EL DEBS, M. K. (2005). Analysis of multi-storey precast frames considering beam-column connection with semirigid behaviour, Keep Concrete Attractive, FIB Symposium, Budapest, May 23-25 2005, (pp. 496-501). Hungary.

GÖRGÜN, H. An experimental study of the behaviour of double sided bolted billet connections in precast concrete frames. **Steel and Composite Structures**, [S.l.], v. 29, n. 5, p. 603-622, 2018.

GÖRGÜN, H. **Semi-rigid behaviour of connections in precast concrete structures**. 1997. 525p. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Nottingham, Nottingham, 1997.

HASHIM, N.; AGARWAL, J. Rotational stiffness of precast beam-column connection using finite element method. **IOP Conference Series: Earth and Environmental Science**, [S. l.], v. 140, n. 012128, p. 1-9, Abr. 2018. DOI <https://doi.org/10.1088/1755-1315/140/1/012128>.

KIM, N.; SANKAR, B. V. **Introdução à análise e ao projeto em elementos finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2011. Tradução de Gen. Bda. Amir Elias Abdalla Kurban.

KMIECIK, P.; KAMIŃSKI, M. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, [S.l.], v. 11, n. 3, p. 623-636, jan. 2011. Springer Science and Business Media LLC.

KOCHEM, R. F. F. **Modelagem numérica de piso misto de aço e concreto de pequena altura: ênfase à ligação viga-pilar**. 2018, 106p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018.

LUCCIONI, B. M. **Formulacion de un modelo constitutivo para materiales ortotropos**. 1993. 476 f. Tese (Doutorado) - Ingeniería Estructural, Universidad Nacional de Tucumán, San Miguel de Tucumán, 1993.

MANDER, J. B. **Seismic design of bridge piers**. 503p. Tese (Doutorado) – University of Canterbury, New Zealand, 1983.

MARCAKIS, K.; MITCHELL, D. Precast concrete connections with embedded steel members. **PCI Journal**, [S. l.], v. 25, n. 4, p. 88-116, Jul. 1980.

MATWEB. **AISI 1045 Steel, as cold drawn, 16-22 mm (0.625-0.875 in) round**. Disponível em: <https://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=20fffd96f14dd98f5032c4014b9587&ckck=1>. Acesso em: 28 ago. 2022.

NIMSE, R. B.; JOSHI, D. D.; PATEL, P. V. Behavior of wet precast beam column connections under progressive collapse scenario: An experimental study. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, [S.l.], v. 6, n. 4, p. 149-159, 12 nov. 2014. Springer Science and Business Media LLC.

OLIVEIRA JÚNIOR, L. A. **Ligação viga-pilar em elementos pré-moldados de concreto solidarizados por concreto reforçado com fibras de aço: Análises estática e dinâmica**. 2012. 233 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

PILKEY, W. D. **Peterson's stress concentration factors**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1997.

PRADO, L. P. **Ligações de montagem viga-pilar para estruturas de concreto pré-moldado: Estudo de caso**. 2014. 208 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE – PCI. **Design handbook: precast and prestressed concrete**. 7. ed. Chicago: PCI, 2010.

PROENÇA, S. P. B. **Análise não-linear de estruturas**. Notas de aula. 2021.

REZENDE, R. C. **Comportamento mecânico de dispositivos de dissipação de energia fabricados com elastômeros para vigas de pontes**. 2020. 108 f. Dissertação (Mestrado) - Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

ROSÁRIO, M. R. **Estudo numérico de ligação parcialmente resistente ao momento fletor entre pilar misto preenchido e viga pré-moldada de concreto**. 2021. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

TROTTA, A. M. **Estudo experimental de uma ligação viga-pilar em concreto pré-moldado utilizando perfis metálicos e solda**. 2012. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

YU, T.; XUE, P. Yield criteria. **Introduction To Engineering Plasticity**, [S.l.], p. 67-87, 2022. Elsevier.

APÊNDICE A – Pontos do diagrama M- θ do modelo numérico LI para a tensão de escoamento da armadura de continuidade igual a 500 MPa (inicial)

(continua)

M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)
0,0000	0,000000	-143,5562	0,002367	-194,9326	0,005533	-202,3974	0,007536
-2,5953	0,000032	-146,7573	0,002440	-195,1876	0,005580	-202,4573	0,007561
-4,8253	0,000067	-149,9638	0,002514	-195,2829	0,005598	-202,5456	0,007598
-7,1959	0,000100	-153,1692	0,002591	-195,4250	0,005625	-202,6761	0,007654
-9,5894	0,000132	-156,3598	0,002670	-195,6360	0,005666	-202,7234	0,007675
-11,9874	0,000164	-159,5332	0,002751	-195,9475	0,005727	-202,7945	0,007707
-14,3704	0,000196	-162,6794	0,002834	-196,0624	0,005750	-202,8984	0,007754
-16,7257	0,000228	-165,7614	0,002921	-196,2341	0,005785	-202,9373	0,007772
-19,0543	0,000260	-168,7359	0,003011	-196,2979	0,005798	-202,9948	0,007799
-21,3798	0,000292	-171,2811	0,003109	-196,3937	0,005817	-203,0798	0,007839
-23,7019	0,000324	-173,4378	0,003218	-196,5381	0,005847	-203,2031	0,007900
-26,0179	0,000356	-175,3598	0,003335	-196,7606	0,005891	-203,2485	0,007923
-28,3225	0,000388	-177,0955	0,003462	-196,8450	0,005908	-203,3153	0,007957
-30,6167	0,000420	-178,7348	0,003596	-196,9661	0,005933	-203,4140	0,008009
-32,9004	0,000452	-180,3791	0,003734	-197,0110	0,005942	-203,4511	0,008028
-35,1748	0,000484	-181,9919	0,003878	-197,0782	0,005956	-203,5070	0,008058
-37,4402	0,000516	-182,3843	0,003914	-197,1778	0,005977	-203,5892	0,008102
-39,6983	0,000547	-182,9685	0,003969	-197,3285	0,006009	-203,6199	0,008118
-41,9484	0,000579	-183,8231	0,004053	-197,5553	0,006057	-203,6655	0,008143
-44,1895	0,000612	-184,1403	0,004084	-197,8884	0,006130	-203,7334	0,008180
-46,4259	0,000644	-184,6127	0,004133	-198,3666	0,006240	-203,8332	0,008237
-48,6657	0,000677	-185,3007	0,004206	-198,5430	0,006281	-203,9772	0,008322
-50,9148	0,000710	-185,5553	0,004234	-198,8032	0,006344	-204,0301	0,008353
-53,1749	0,000744	-185,9364	0,004276	-198,8968	0,006368	-204,1074	0,008401
-55,4516	0,000778	-186,5019	0,004340	-199,0335	0,006404	-204,2226	0,008474
-57,7474	0,000812	-186,7131	0,004364	-199,2343	0,006457	-204,3921	0,008583
-60,0637	0,000847	-187,0274	0,004400	-199,3092	0,006478	-204,4528	0,008624
-62,4087	0,000883	-187,4917	0,004455	-199,4195	0,006508	-204,5368	0,008686
-64,7786	0,000920	-187,6658	0,004476	-199,5830	0,006554	-204,6635	0,008780
-67,1807	0,000958	-187,9262	0,004507	-199,6433	0,006571	-204,7101	0,008815
-69,6113	0,000996	-188,3137	0,004554	-199,7339	0,006597	-204,7792	0,008868
-72,0750	0,001035	-188,8929	0,004626	-199,8664	0,006637	-204,8805	0,008948
-74,5679	0,001075	-189,1091	0,004653	-199,9158	0,006651	-204,9173	0,008978
-77,0932	0,001116	-189,4306	0,004693	-199,9894	0,006674	-204,9722	0,009024

(conclusão)

M (kNm)	θ (rad)						
-79,6492	0,001158	-189,9015	0,004755	-200,0989	0,006707	-205,0525	0,009092
-82,2363	0,001200	-190,0765	0,004778	-200,2586	0,006757	-205,1659	0,009195
-84,8535	0,001244	-190,3379	0,004813	-200,3179	0,006776	-205,2058	0,009234
-87,5042	0,001289	-190,7279	0,004865	-200,4058	0,006804	-205,2646	0,009293
-90,1830	0,001334	-190,8733	0,004885	-200,5359	0,006847	-205,3493	0,009381
-92,8943	0,001381	-191,0912	0,004915	-200,7302	0,006912	-205,3801	0,009414
-95,6344	0,001429	-191,4157	0,004960	-200,8024	0,006936	-205,4258	0,009464
-98,4050	0,001478	-191,8864	0,005028	-200,9098	0,006973	-205,4889	0,009540
-101,2106	0,001528	-192,0579	0,005053	-201,0693	0,007028	-205,5117	0,009568
-104,0446	0,001579	-192,3147	0,005092	-201,1286	0,007048	-205,5461	0,009611
-106,9114	0,001631	-192,6984	0,005150	-201,2157	0,007079	-205,5586	0,009627
-109,8132	0,001685	-192,8408	0,005172	-201,3432	0,007126	-205,5780	0,009651
-112,7439	0,001740	-193,0492	0,005206	-201,3907	0,007144	-205,6060	0,009688
-115,7059	0,001796	-193,3574	0,005256	-201,4622	0,007171	-205,6465	0,009742
-118,7027	0,001853	-193,4726	0,005275	-201,5686	0,007210	-205,7096	0,009825
-121,7268	0,001912	-193,6441	0,005303	-201,7264	0,007271	-205,7340	0,009856
-124,7752	0,001972	-193,8947	0,005347	-201,7845	0,007293	-205,7708	0,009903
-127,8519	0,002033	-193,9884	0,005363	-201,8725	0,007327	-205,8235	0,009974
-130,9535	0,002097	-194,1284	0,005387	-202,0028	0,007379	-205,8951	0,010075
-134,0704	0,002162	-194,3369	0,005424	-202,0513	0,007398		
-137,2078	0,002228	-194,6462	0,005480	-202,1225	0,007427		
-140,3715	0,002297	-194,7615	0,005501	-202,2339	0,007471		

Fonte: Elaborado pela autora.

APÊNDICE B – Pontos do diagrama M- θ do modelo numérico LI para a tensão de escoamento da armadura de continuidade igual a 570 MPa (adotado)

(continua)

M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)
0,0000	0,000000	-134,0704	0,002162	-202,1071	0,004676	-212,3724	0,006596
-2,5953	0,000032	-137,2078	0,002228	-202,1838	0,004685	-212,4524	0,006622
-4,8253	0,000067	-140,3715	0,002297	-202,2968	0,004700	-212,5723	0,006660
-7,1959	0,000100	-143,5562	0,002367	-202,4649	0,004721	-212,7491	0,006717
-9,5894	0,000132	-146,7585	0,002440	-202,7146	0,004754	-213,0072	0,006804
-11,9874	0,000164	-149,9692	0,002514	-203,0864	0,004803	-213,1021	0,006837
-14,3704	0,000196	-153,1799	0,002591	-203,2256	0,004822	-213,2435	0,006886
-16,7257	0,000228	-156,3851	0,002670	-203,4328	0,004850	-213,4578	0,006961
-19,0543	0,000260	-159,5789	0,002750	-203,7429	0,004892	-213,5377	0,006989
-21,3798	0,000292	-162,7521	0,002834	-203,8587	0,004908	-213,6571	0,007031
-23,7019	0,000324	-165,8946	0,002920	-204,0317	0,004931	-213,7018	0,007047
-26,0179	0,000356	-169,0002	0,003009	-204,2898	0,004967	-213,7702	0,007071
-28,3225	0,000388	-172,0774	0,003100	-204,3862	0,004981	-213,8732	0,007107
-30,6167	0,000420	-175,1245	0,003195	-204,5305	0,005001	-214,0198	0,007161
-32,9004	0,000452	-178,1221	0,003292	-204,7466	0,005032	-214,0746	0,007181
-35,1748	0,000484	-181,0531	0,003391	-204,8250	0,005043	-214,1554	0,007211
-37,4402	0,000516	-183,8838	0,003495	-204,9424	0,005061	-214,2759	0,007257
-39,6983	0,000547	-186,6425	0,003603	-205,1168	0,005087	-214,4539	0,007326
-41,9484	0,000579	-189,3434	0,003716	-205,3761	0,005127	-214,5198	0,007352
-44,1895	0,000612	-191,9694	0,003832	-205,7609	0,005188	-214,6170	0,007391
-46,4259	0,000644	-192,6071	0,003861	-205,9040	0,005210	-214,7564	0,007450
-48,6657	0,000677	-193,5537	0,003906	-206,1173	0,005245	-214,9575	0,007539
-50,9148	0,000710	-194,8960	0,003975	-206,4290	0,005297	-215,2388	0,007674
-53,1749	0,000744	-195,3457	0,004002	-206,5435	0,005317	-215,3404	0,007725
-55,4516	0,000778	-195,9740	0,004043	-206,7142	0,005346	-215,4885	0,007802
-57,7474	0,000812	-196,8335	0,004106	-206,9686	0,005391	-215,7064	0,007918
-60,0637	0,000847	-197,1265	0,004131	-207,0620	0,005408	-215,7846	0,007962
-62,4087	0,000883	-197,5491	0,004168	-207,2007	0,005433	-215,8993	0,008028
-64,7786	0,000920	-198,1477	0,004226	-207,4067	0,005471	-216,0691	0,008128
-67,1807	0,000958	-198,3676	0,004248	-207,7114	0,005529	-216,1328	0,008165
-69,6113	0,000996	-198,6968	0,004281	-208,1624	0,005617	-216,2275	0,008222
-72,0750	0,001035	-199,1744	0,004332	-208,3368	0,005650	-216,3683	0,008307
-74,5679	0,001075	-199,3500	0,004351	-208,5962	0,005700	-216,4204	0,008339
-77,0932	0,001116	-199,6110	0,004380	-208,9796	0,005775	-216,4997	0,008387

(conclusão)

M (kNm)	θ (rad)						
-79,6492	0,001158	-199,7089	0,004391	-209,1258	0,005803	-216,6158	0,008460
-82,2363	0,001200	-199,8550	0,004408	-209,3413	0,005845	-216,6572	0,008487
-84,8535	0,001244	-200,0769	0,004433	-209,6565	0,005909	-216,7190	0,008529
-87,5042	0,001289	-200,1599	0,004442	-209,7732	0,005933	-216,8091	0,008591
-90,1830	0,001334	-200,2831	0,004456	-209,9462	0,005970	-216,9395	0,008684
-92,8943	0,001381	-200,4656	0,004477	-210,1930	0,006025	-216,9856	0,008719
-95,6344	0,001429	-200,5338	0,004485	-210,2850	0,006045	-217,0537	0,008772
-98,4050	0,001478	-200,6360	0,004497	-210,4223	0,006076	-217,1531	0,008852
-101,2106	0,001528	-200,7901	0,004515	-210,6247	0,006123	-217,2941	0,008974
-104,0446	0,001579	-201,0204	0,004543	-210,6998	0,006141	-217,3445	0,009020
-106,9114	0,001631	-201,1063	0,004553	-210,8098	0,006168	-217,4176	0,009089
-109,8132	0,001685	-201,2349	0,004569	-210,9725	0,006208	-217,5273	0,009194
-112,7439	0,001740	-201,4273	0,004592	-211,2112	0,006268	-217,5667	0,009233
-115,7059	0,001796	-201,4996	0,004601	-211,2995	0,006291	-217,6230	0,009293
-118,7027	0,001853	-201,6078	0,004614	-211,4301	0,006325	-217,7039	0,009383
-121,7268	0,001912	-201,7693	0,004634	-211,6216	0,006377	-217,7329	0,009417
-124,7752	0,001972	-201,8298	0,004641	-211,9024	0,006455	-217,7775	0,009468
-127,8519	0,002033	-201,9206	0,004653	-212,0054	0,006484	-217,8416	0,009545
-130,9535	0,002097	-202,0561	0,004670	-212,1549	0,006529	-217,8705	0,009582

Fonte: Elaborado pela autora.

APÊNDICE C – Pontos do diagrama M- θ do modelo numérico LI para a tensão de escoamento da armadura de continuidade igual a 590 MPa

(continua)

M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)	M (kNm)	θ (rad)
0,0000	0,000000	-137,2078	0,002228	-205,3853	0,004633	-215,5480	0,006435
-2,5953	0,000032	-140,3715	0,002297	-205,5595	0,004654	-215,6217	0,006455
-4,8253	0,000067	-143,5562	0,002367	-205,8172	0,004685	-215,7321	0,006487
-7,1959	0,000100	-146,7585	0,002440	-205,9129	0,004697	-215,8933	0,006534
-9,5894	0,000132	-149,9692	0,002514	-206,0584	0,004715	-216,1260	0,006607
-11,9874	0,000164	-153,1799	0,002591	-206,2717	0,004741	-216,2111	0,006634
-14,3704	0,000196	-156,3851	0,002670	-206,5876	0,004782	-216,3376	0,006675
-16,7257	0,000228	-159,5789	0,002750	-206,7059	0,004797	-216,5240	0,006736
-19,0543	0,000260	-162,7521	0,002834	-206,8829	0,004820	-216,5934	0,006759
-21,3798	0,000292	-165,8946	0,002920	-207,1466	0,004855	-216,6956	0,006794
-23,7019	0,000324	-169,0020	0,003009	-207,2455	0,004868	-216,8482	0,006847
-26,0179	0,000356	-172,0823	0,003100	-207,3929	0,004887	-217,0762	0,006926
-28,3225	0,000388	-175,1310	0,003195	-207,6143	0,004917	-217,1607	0,006956
-30,6167	0,000420	-178,1341	0,003292	-207,6975	0,004928	-217,2878	0,007001
-32,9004	0,000452	-181,0777	0,003391	-207,8211	0,004945	-217,4780	0,007069
-35,1748	0,000484	-183,9218	0,003495	-208,0065	0,004970	-217,5510	0,007094
-37,4402	0,000516	-186,6960	0,003603	-208,0762	0,004980	-217,6595	0,007133
-39,6983	0,000547	-189,4322	0,003715	-208,1796	0,004994	-217,8122	0,007190
-41,9484	0,000579	-192,1277	0,003830	-208,3350	0,005016	-217,8688	0,007212
-44,1895	0,000612	-192,7913	0,003859	-208,5673	0,005048	-217,9527	0,007245
-46,4259	0,000644	-193,7813	0,003903	-208,6524	0,005061	-218,0772	0,007294
-48,6657	0,000677	-195,2509	0,003970	-208,7782	0,005079	-218,1233	0,007312
-50,9148	0,000710	-195,7977	0,003995	-208,9631	0,005107	-218,1919	0,007340
-53,1749	0,000744	-196,6158	0,004034	-209,0327	0,005118	-218,2937	0,007381
-55,4516	0,000778	-197,8219	0,004092	-209,1361	0,005134	-218,4434	0,007444
-57,7474	0,000812	-198,2665	0,004114	-209,2916	0,005157	-218,6537	0,007539
-60,0637	0,000847	-198,9291	0,004147	-209,3499	0,005166	-218,9445	0,007683
-62,4087	0,000883	-199,9092	0,004198	-209,4358	0,005180	-219,0511	0,007738
-64,7786	0,000920	-200,2721	0,004217	-209,5650	0,005200	-219,2063	0,007820
-67,1807	0,000958	-200,8099	0,004246	-209,7573	0,005231	-219,2635	0,007851
-69,6113	0,000996	-201,5783	0,004289	-210,0426	0,005277	-219,3483	0,007898
-72,0750	0,001035	-201,8475	0,004306	-210,4566	0,005348	-219,4725	0,007968
-74,5679	0,001075	-202,2264	0,004331	-210,6098	0,005374	-219,5175	0,007995
-77,0932	0,001116	-202,3577	0,004341	-210,8369	0,005415	-219,5854	0,008035

(conclusão)

M (kNm)	θ (rad)						
-79,6492	0,001158	-202,5494	0,004356	-211,1672	0,005476	-219,6860	0,008095
-82,2363	0,001200	-202,8343	0,004378	-211,6605	0,005568	-219,7236	0,008117
-84,8535	0,001244	-202,9400	0,004386	-211,8492	0,005603	-219,7798	0,008151
-87,5042	0,001289	-203,0959	0,004399	-212,1263	0,005655	-219,8635	0,008202
-90,1830	0,001334	-203,3267	0,004418	-212,5455	0,005735	-219,9876	0,008279
-92,8943	0,001381	-203,4107	0,004425	-212,6984	0,005765	-220,1694	0,008395
-95,6344	0,001429	-203,5353	0,004436	-212,9233	0,005810	-220,2362	0,008439
-98,4050	0,001478	-203,7151	0,004453	-213,2539	0,005878	-220,3370	0,008505
-101,2106	0,001528	-203,7800	0,004459	-213,3768	0,005904	-220,4809	0,008605
-104,0446	0,001579	-203,8762	0,004468	-213,5587	0,005942	-220,5336	0,008643
-106,9114	0,001631	-204,0191	0,004483	-213,8271	0,006001	-220,6116	0,008699
-109,8132	0,001685	-204,0719	0,004488	-213,9242	0,006023	-220,7226	0,008785
-112,7439	0,001740	-204,1507	0,004496	-214,0690	0,006056	-220,8785	0,008915
-115,7059	0,001796	-204,2679	0,004508	-214,2824	0,006106	-220,9348	0,008964
-118,7027	0,001853	-204,4393	0,004527	-214,5930	0,006181	-221,0151	0,009038
-121,7268	0,001912	-204,5031	0,004534	-214,7075	0,006210	-221,1272	0,009151
-124,7752	0,001972	-204,5983	0,004544	-214,8757	0,006253	-221,1673	0,009193
-127,8519	0,002033	-204,7397	0,004560	-215,1223	0,006318	-221,2276	0,009257
-130,9535	0,002097	-204,9518	0,004584	-215,2132	0,006342	-221,3126	0,009354
-134,0704	0,002162	-205,2678	0,004620	-215,3490	0,006379	-221,3862	0,009443

